

Инварианты изображений графов на плоскости

А. Б. Скопенков планирует провести 4 занятия в Дубне-2019

Аннотация. Проблема планарности графов находится на стыке топологии, комбинаторики и компьютерной науки. Наиболее известные критерии планарности графов (например, Куратовского) дают медленные («экспоненциальные») алгоритмы распознавания планарности. Мы приведем полиномиальный алгоритм. На этом примере мы продемонстрируем классические идеи *индекса пересечений, конфигурационного пространства и (когомологической) теории препятствий*.

Эти идеи имеют много других применений. Будут показаны применения к топологическим теоремам Радона и Тверберга (на примере плоскости). Эта тематика активно изучается в последние годы в связи с решением топологической гипотезы Тверберга.

Основные идеи представлены на «олимпиадных» примерах: на простейших частных случаях, свободных от технических деталей, и со сведением научного языка к необходимому минимуму. За счет этого курс доступен для начинающих, хотя содержит красивые сложные результаты. Часть занятий будет уделена самостоятельному (с подсказками) доказательству «олимпиадных» версий теорем. Будут предложены красивые задачи для исследования.

Примерная программа (несколько первых или несколько последних пунктов будут пропущены в зависимости от возможности и желания участников курса).

1. Планарность графов. Простейшие алгоритмы распознавания. [S, §1.2]
2. Индекс пересечения ломаных на плоскости. [S, §1.3]
3. Инвариант самопересечения (число ван Кампена). [S, §1.4]
4. Полиномиальный алгоритм распознавания планарности. [S, §1.5]
5. Линейные теоремы Радона и Тверберга для плоскости. [S, §2.1]
6. Топологическая теорема Радона для плоскости. Инвариант самопересечения (число Радона). [S, §2.2]
- 7.* Топологическая теорема Тверберга для плоскости. [S, §2.3]
- 8.* Конфигурационные пространства. Теорема Борсука-Улама. [S, §2.5]

Литература.

[S] А. Б. Скопенков, Алгебраическая топология с алгоритмической точки зрения, <https://www.mscme.ru/circles/oim/alg.pdf>, параграфы 1 и 2.

[S16] А. Б. Скопенков, Топологическая гипотеза Тверберга, УМН, 73:2 (2018), 344–377. Full version: arXiv:1605.05141.

[Z11] G. M. Ziegler, 3N Colored Points in a Plane, Notices of the AMS, 58:4 (2011), 550–557. <http://www.ams.org/notices/201104/rtx110400550p.pdf>