Московская математическая конференция школьников

АННОТАЦИИ некоторых докладов 2009 г.

Ссылки на полные тексты: http://www.mccme.ru/mmks/notes.htm

Ю.М. Бурман. Рисование графов на поверхностях.

Эта лекция — приглашение к исследованию. Мы будем рисовать графы на поверхностях (сферах с ручками); выясняется, что один и тот же граф можно нарисовать на разных поверхностях и разными способами. Количество способов $N_g(\Gamma)$ нарисовать данный граф Γ на сфере с g ручками — важная характеристика графа. Есть способ посчитать $N_g(\Gamma)$ для произвольного графа и любого g; предполагается, что в дальнейшем слушатели самостоятельно изучат закономерности поведения этих чисел.

С.К. Ландо, Меандры.

Меандр — это извилистая река. Такая река может пересекать прямую дорогу несколько раз, образуя при этом различные конфигурации. Задача о меандрах состоит в подсчете числа различных конфигураций при заданном числе точек пересечения. Задача обязана своим происхождением последней работе великого французского математика Анри Пуанкаре. Несмотря на то, что в последние десятилетия для ее решения были предприняты серьезные усилия многими математиками по всему миру, полученные результаты носят лишь частичный характер.

J.I. Alekseeva,
Hyperbolic triangles of maximal area with two fixed sides.

The aim of this paper is to consider the Lobachevskii geometry analogue of a well-known Euclidean problem; namely: to find a triangle of maximal area with two fixed sides.

V. Bolbachan,

A short elementary proof of a Guillera-Sondow formula.

The main result is the following formula:

$$-1 = \lim_{m\to\infty} \sum_{k=1}^{m} \frac{(-1)^k}{ku+1} \binom{m}{k}.$$

A corollary is a new elementary proof of the Guillera-Sondow formula expressing $f(u) = u$ in terms of logarithmic series.

П. Долгирев,

О конкурентности некоторых чевиан треугольника

Работа посвящена одному из разделов элементарной геометрии: конкурентным прямым. Исследуются свойства прямых, проведенных из вершин данного треугольника и отсекающих от сторон треугольника равные части соответствующих углов. Данная задача оказалась связанной с гиперболой Киперта.

А. Рухович,

Степенные последовательности ориентированных графов.

Эта работа о критериях существования ориентированных графов с заданными степенями входа и выхода.

Ориентированный граф или *орграф* — граф с ориентированными ребрами, т.е. каждое ребро имеет одну входящую и одну выходящую вершину (они могут и совпадать).

Теорема. *Планарный орграф без петель на* n *вершинах степеней входа* $a_1, a_2, a_3, ...a_n$ *и степеней выхода* $b_1, b_2, b_3, ...b_n$ *существует тогда и только тогда, когда выполнены условия*

(*) $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n = b_1 + b_2 + b_3 + ... + b_n$*,*

(**) $a_i + b_i \leq b_1 + b_2 + b_3 + ... + b_n$ *для любой вершины* i*.*

Также сформулирован и доказан критерий существования планарного орграфа (возможно, с петлями и кратными ребрами) с заданными степенями входа и выхода и аналоги этих критериев для графов без условия планарности.

А. Торопкин, Разложение $\sin n\alpha$ в произведение.

Доказана формула

$$\sin n\alpha = 2^{n-1} \sin\alpha \sin(\alpha + \frac{\pi}{n}) \sin(\alpha + \frac{2\pi}{n}) \ldots \sin(\alpha + \frac{(n-1)\pi}{n}).$$

Доказательство основано на разложении многочлена Чебышева на множители.