# Московская математическая конференция школьников
# ПРОГРАММА заседания 18.12.2011

*Заседания в 303, перерывы в 304.*

10.00-10.10 Открытие. Выступление Дмитрия Валериевича Трещева и Бориса Рафаиловича Френкина. (Председатель А.А. Заславский.)

10.10-10.35 А. Волгин, Числа Стирлинга и игры Конвея. (Председатель А.А. Заславский.)

10.40-11.10 В. Болбачан, Рациональные аппроксимации постоянной Эйлера-Гомпертца. (Председатель А.А. Заславский.)

11.15-11.45 А. Рухович, На какие части разбиваются многогранники их пересечением? (Председатель А.И. Сгибнев.)

11.45-12.00 Перерыв (чай, кофе, бутерброды)

12.00-12.30 Г.Б. Шабат, Склейки многоугольников. (Председатель А.И. Сгибнев.)

12.35-13.05 А.Б. Скопенков, Еще одно доказательство из Книги: неразрешимость уравнений в радикалах. (Председатель Г.Б. Шабат.)

13.10-13.40 А.М. Райгородский, Разбиение множеств на части меньшего диаметра. (Председатель Б.Р. Френкин.)

13.40-13.45 Объявление решения жюри и награждение

13.45-14.15 Перерыв (чай, кофе, бутерброды)

*В это время мы просим авторов стендовых докладов стоять у своих стендов.*

14.15-15.15 Семинар А.М. Райгородского (ауд. 303).

14.15-15.15 Семинар А.Б. Скопенкова (ауд. 304).

14.15-15.15 Семинар Г.Б. Шабата (ауд. 311).

## АННОТАЦИИ докладов ММКШ-2011

*Ссылки на полные тексты: http://www.mccme.ru/mmks/notes.htm*

### А.М. Райгородский, Разбиение множеств на части меньшего диаметра.

Рассматривается красивая и важная задача комбинаторной геометрии о разрезании множеств на плоскости и в пространствах бОльших размерностей на части, обладающие некоторыми интересными свойствами. Например, можно потребовать, чтобы диаметр каждой части (т.е., грубо говоря, максимальное расстояние между ее точками) был как можно меньше. А можно попросить, чтобы между любыми двумя точками в каждой части не было заданного наперед расстояния. В первом случае задача получится связанной с классической гипотезой Борсука о том, что всякое множество в пространстве размерности $n$ можно разбить на $n+1$ часть меньшего диаметра. Во втором случае задача окажется близка к классической проблеме Нелсона–Хадвигера об отыскании хроматического числа пространства. В проекте много несложных учебных задач, но много и исследовательских постановок вопросов. Разобравшись с легкими задачами, участник проекта сможет выйти на серьезные проблемы, часть из которых только ожидает своего решения.

### А.Б. Скопенков, Еще одно доказательство из Книги: неразрешимость уравнений в радикалах.

Будет показано, как найти уравнение

• 3-й степени, неразрешимое в *вещественных* радикалах;

• 5-й степени, неразрешимое в *комплексных* радикалах (теорема Галуа).

Будет приведена идея простого доказательства этих результатов, основанная на *сопряжении.* Для понимания рассказа и решения задач семинара достаточно знакомства с многочленами и умения извлекать корни из комплексных чисел. Будут приведены задачи для иследования, не претендующие на научную новизну. Эти задачи подведут решателя к *конструктивной теории Галуа*, являющейся областью современных научных исследований.

**Г.Б. Шабат, Склейки многоугольников.**

Будет обсуждено современное состояние задачи о распределении по родам ориентируемых склеек многоугольников. Точные определения будут приведены: как на основе интуитивных понятий двумерной топологии, так и в терминах конечной математики. Будет приведен точный ответ — формула Харера-Цагира — и поставлен вопрос о ее элементарном доказательстве. Для склеек рода 0 формула сводится к известной рекурренции, связывающей соседние числа Каталана, и это будет доказано.

**В. Болбачан, Рациональные аппроксимации постоянной Эйлера-Гомпертца.**

Если многочлен $P$ имеет целые коэффициенты, то

$$I(P) := \int\limits_0^\infty P(x)e^{-x}\ln(x+1)dx = a(P) - b(P)\delta,$$

где $a(P)$ и $b(P)$ целые числа, а $\delta := I(1)$ есть постоянная Эйлера-Гомпертца. В работе приводится явно такая последовательность многочленов $P_n$, что $I(P_n) = 1$ и $b(P_n)$ стремится к бесконечности. Тогда последовательность $a(P_n)/b(P_n)$ стремится к $\delta$, т.е. дает рациональные приближения к $\delta$. Для понимания работы достаточно знания элементарного анализа.

**А. Волгин, Числа Стирлинга и игры Конвея.**

Построим *таблицу Конвея* $V_n^m$, где $m \geq 1$ и $n \geq 1$. Положим $V_n^1 = 1$ для любого $n$. Для каждого $s \geq 1$ выделим $V^1_{\frac{s(s+1)}{2}}$. Каждая следующая $m$-я строка получается из предыдущей таким образом:

- если $V_n^{m-1}$ выделено или $V_n^{m-1} = 0$, то полагаем $V_n^m := 0$,
- если $V_n^{m-1}$ не выделено и $V_n^{m-1} \neq 0$, то полагаем $V_n^m := V_n^{m-1} + V_q^m$, где $q$ — наибольшее число, меньшее $n$, для которого $V_q^m \neq 0$; если такого $q$ нет, то полагаем $V_n^m := V_n^{m-1}$.

Затем выделим в $m$-й строке все числа, справа от которых ноль.

**Теорема.** $V^{d+1}_{\frac{s(s+1)}{2}-d} = \begin{bmatrix} s \\ s-d \end{bmatrix}$ *(число Стирлинга первого рода) для любых* $s \geq 1$ *и* $d = 0, 1, \ldots, s-1$.

Для $d = s-1$ этот результат был известен Конвею (в этом случае $\begin{bmatrix} s \\ 1 \end{bmatrix} = (s-1)!$). Для $d < s-1$ он получен автором самостоятельно (проверка его новизны пока не проведена).

Аналогичный результат с заменой чисел Стирлинга на коэффициенты многочлена $(x+n)^{k-1}$ доказывается для аналогичной таблицы Конвея, для которой в первой строке выделены все числа, делящиеся на наперед заданное число $k$.

**А. Рухович, На какие части разбиваются многогранники их пересечением?**

Рассматриваются многогранники *в трехмерном пространстве, топологически эквивалентные сфере, пересечение любых двух из которых является объединением замкнутых несамопересекающихся ломаных.* Пусть дана таблица

$$\{x_{si}\}, \quad s = 1, 2, 3, \quad i = 1, 2, \ldots, n_s,$$

целых положительных чисел. Назовем последовательность $y_1, \ldots, y_n$ *деревянной*, если $y_1 + y_2 + ... + y_n = 2n - 2$.

**Теорема 1.** *В пространстве существуют два многогранника, пересечение которых делит $s$-й многогранник на $n_s$ частей, $i$-я из которых имеет $x_{si}$ соседних частей, тогда и только тогда, когда $n_1 = n_2$ и последовательности $\{x_{1i}\}$, $\{x_{2i}\}$ деревянные.*

**Теорема 2.** *В пространстве существуют три многогранника, пересечение которых пусто, а объединение попарных пересечений которых делит $s$-й многогранник на $n_s$ частей, $i$-я из которых имеет $x_{si}$ соседних частей, тогда и только тогда, когда последовательности $\{x_{1i}\}$, $\{x_{2i}\}$, $\{x_{3i}\}$ деревянные, $n_1 + n_2 + n_3$ нечетно и*

$$n_1 < n_2 + n_3, \quad n_2 < n_1 + n_3, \quad n_3 < n_2 + n_1.$$

Необходимость очевидна. Достаточность доказана в в представляемой работе. Близкие вопросы изучались Т. Новиком (2010) и Т. Хирасой (2010).

**Стендовые доклады.**

*Кориков Кирилл, Нетрадиционное сложение и умножение.*

*Шелаков Михаил, Параллельный перенос плоскости Лобачевского.*

В качестве стендовых докладов школьники представляют работы, не претендующие на награду ММКШ. *Программный Комитет ММКШ не несет ответственности за их качество.* Однако это не означает, что работа полностью бессмысленная. Например, отклоняются работы, в которых не все результаты полностью доказаны и проверены (если автор почему-либо не представил полностью проверенную часть своей работы в качестве новой версии). За стендовые доклады на ММКШ не присуждается наград. Однако обсуждение стендового доклада поможет школьнику довести работу до уровня, позволяющего представить ее к награде различных конференций школьников, включая ММКШ в следующем году. При этом награждению работы на ММКШ в следующем году не препятствует представление стендового доклада в этом году. Полные тексты стендовых докладов выкладываются на страницу 'рецензирование работ и стендовые доклады'.

С 2012 планируется принимать в качестве стендовых докладов, не претендующих на награду ММКШ, столько работ школьников, сколько будет технически возможно представить на конференции (т.е. практически без ограничений).