

Московская математическая конференция школьников ПРОГРАММА заседания 17.12.2023

Время московское. Можно участвовать в части заседания; как очно (в МЦНМО, ауд. 310), так и дистанционно.

Подробнее: <http://www.mcsme.ru/mmks>

11.00-11.10. Открытие. Выступление Алексея Александровича Заславского.

11.10-11.25. *Колесникова Екатерина*, Прямая Симсона (Председатель А.А. Заславский)

11.25-11.40. *Шестаков Сергей*, Точка на радикальной оси описанной окружности и инцентра (Председатель А.К.В. Морозова)

11.40-12.05. *Комаров Сергей*, Две равные вписанные окружности в прямоугольном треугольнике (Председатель А.К.В. Морозова)

12.05-12.20. Перерыв (чай, кофе, бутерброды)

12.20-12.45. *Бельский Кирилл*, 12 точек на одной окружности и касательные к эллипсу Макбита (Председатель Ф.К. Нилов)

12.45-13.05. *Магжанов Денис*, Лемма о соединении сторон многоугольников (Председатель Ф.К. Нилов)

13.05-13.25. *Пелишенко Михаил*, Теорема об исключении висячих ребер (Председатель А.Б. Скопенков)

13.25-13.45. *Ленская Наталья*, Когда косинус угла правильного n -угольника является квадратичной иррациональностью (Председатель А.А. Заславский)

13.45-14.15. Перерыв (чай, кофе, бутерброды)

14.15-14.20. Награждение

Решение жюри будет также доступно не позже 18.12 по адресу <https://www.mcsme.ru/circles/oim/mmks/jury.pdf>

Аннотации докладов ММКШ-2023

Полные тексты см. на <http://www.mccme.ru/mmks/notes.htm>

Номинация научно-исследовательских работ

Комаров Сергей, *Две равные вписанные окружности в прямоугольном треугольнике*

Мы познакомим слушателя с интересными фактами, связанными с двумя равными вписанными окружностями в треугольнике ABC с прямым углом C . Один из следующих: окружности ABC , PQC и прямая IE пересекаются в одной точке U , где P и Q — центры равных вписанных окружностей, а IE — прямая, проходящая перпендикулярно AB через инцентр I треугольника ABC . Мы покажем, как из этого факта следует, что I является ортоцентром треугольника PQU . Также мы докажем, что окружности APU и BQU касаются.

Номинация учебно-исследовательских работ

Ленская Наталия, *Когда косинус угла правильного n -угольника является квадратичной иррациональностью*

Широко известна теорема Гаусса-Ванцеля о том, когда косинус угла правильного многоугольника выражается при помощи квадратных радикалов (и, конечно, четырех арифметических действий). Я же решу несколько другую задачу: когда он выражается при помощи лишь одного квадратного радикала? В доказательстве используется неприводимость круговых многочленов.

Пелишенко Михаил, *Теорема об исключении висячих ребер*

Висячее ребро графа — ребро, из одной из вершин которой выходит только это ребро. *Исключением* ребра AB из графа назовем удаление обеих вершин A и B , а также всех рёбер, выходящих из A или B . Мы докажем следующее утверждение.

Дана последовательность графов G_0, \dots, G_n , в которой G_n не имеет висячих ребер, и один из любых двух соседних графов получается из другого исключением висячего ребра. Тогда существует последовательность графов, в которой первый граф — G_0 , последний граф изоморфен G_n , и каждый граф, кроме первого, получается из предыдущего исключением висячего ребра.

Мы продемонстрируем связь операции исключения висячего ребра с рангами некоторых матриц.

Шестаков Сергей, *Точка на радикальной оси описанной окружности и инцентра*

Мы докажем следующий факт (являющийся переформулировкой задачи с геометрической олимпиады).

Дан треугольник ABC . Точка A_1 симметрична точке A относительно центра I вписанной окружности. Точка A_2 изогонально сопряжена точке A_1 относительно треугольника ABC . Тогда A_2 лежит на радикальной оси описанной окружности треугольника ABC и точки I .

Номинация исследовательских разработок

Бельский Кирилл, *12 точек на одной окружности и касательные к эллипсу Макбита*

Приведена еще одна замечательная окружность треугольника, которая проходит через 12 точек, связанных с вписанным в треугольник эллипсом, имеющим фокусы в ортоцентре и центре описанной окружности (эллипсом Макбита).

Колесникова Екатерина, *Прямая Симсона*

Представлена задача о поиске треугольника наименьшего периметра, возникающая в ходе размышлений о прямой Симсона.

Магжанов Денис, *Лемма о соединении сторон многоугольников*

Представлена следующая лемма.

На плоскости внутри выпуклого многоугольника X расположен выпуклый многоугольник Y . Тогда для любой стороны AB многоугольника X найдется сторона CD многоугольника Y такая, что

$$AC \cap BD = \emptyset, \quad AC \cap X = \{A\}, \quad BD \cap X = \{B\}, \quad AC \cap Y = \{C\}, \quad BD \cap Y = \{D\}.$$