ВОКРУГ ФОРМУЛЫ ЭЙЛЕРА

Н.П. Долбилин

Всем хорошо известна знаменитая теорема Эйлера для выпуклого многогранника: В - Р + Г = 2, где В, Р, Г — количества вершин, ребер и граней, соответственно.

Будет доказана эта теорема, а также рассмотрены ее обобщение и следствия. Ниже приведены несколько таких следствий в качестве задач для самостоятельной работы.

1. Не существует выпуклого многогранника, у которого каждая грань имеет более 5 сторон.

2. Выпуклый многогранник называется *комбинаторно правильным*, если все его грани имеют равное число сторон, а в каждой вершине сходится одинаковое число ребер (или, эквивалентно, одинаковое число граней).

Тогда для любого комбинаторно правильного многогранника набор (В,Р,Г) — один из следующих пяти: (4,6,4) (как в тетраэдре), (6,12,8) (как в октаэдре), (8,12,6) (как в кубе), (20, 30, 12) (как в додекаэдре), (12,30,20) (как в икосаэдре).

Выпуклый многогранник называется *простым*, если в каждой вершине сходятся три ребра.

3. Обозначим через p_i число i-угольных граней простого многогранника. Тогда верно: $3p_3 + 2p_4 + p_5 = 12 + (7-6)p_7 + (8-6)p_8 + ... + (n-6)p_n$.

Простой многогранник, у которого все грани — 5-угольники и 6-угольники, называется *фуллереном.* «Простейший» фуллерен — это додекаэдр, то есть многогранник, ограниченный 12 пятиугольниками.

4. Любой фуллерен имеет ровно 12 пятиугольных граней.

ВОКРУГ ФОРМУЛЫ ЭЙЛЕРА

Н.П. Долбилин

Всем хорошо известна знаменитая теорема Эйлера для выпуклого многогранника: В - Р + Г = 2, где В, Р, Г — количества вершин, ребер и граней, соответственно.

Будет доказана эта теорема, а также рассмотрены ее обобщение и следствия. Ниже приведены несколько таких следствий в качестве задач для самостоятельной работы.

1. Не существует выпуклого многогранника, у которого каждая грань имеет более 5 сторон.

2. Выпуклый многогранник называется *комбинаторно правильным*, если все его грани имеют равное число сторон, а в каждой вершине сходится одинаковое число ребер (или, эквивалентно, одинаковое число граней).

Тогда для любого комбинаторно правильного многогранника набор (В,Р,Г) — один из следующих пяти: (4,6,4) (как в тетраэдре), (6,12,8) (как в октаэдре), (8,12,6) (как в кубе), (20, 30, 12) (как в додекаэдре), (12,30,20) (как в икосаэдре).

Выпуклый многогранник называется *простым*, если в каждой вершине сходятся три ребра.

3. Обозначим через p_i число i-угольных граней простого многогранника. Тогда верно: $3p_3 + 2p_4 + p_5 = 12 + (7-6)p_7 + (8-6)p_8 + ... + (n-6)p_n$.

Простой многогранник, у которого все грани — 5-угольники и 6-угольники, называется *фуллереном.* «Простейший» фуллерен — это додекаэдр, то есть многогранник, ограниченный 12 пятиугольниками.

4. Любой фуллерен имеет ровно 12 пятиугольных граней.