

Кратная конкатенация

Зеленин Вениамин, Школа №1553 им. В.И. Вернадского
Научный руководитель: Борзенко Владимир Игоревич
Москва, 2024

Конкатенация – операция объединения двух элементов (в настоящей работе – натуральных чисел) в один. Обозначать мы ее будем знаком «&» (пример: $1&2 = 12$).

Кратная конкатенация – случай, когда конкатенация двух чисел делится на их произведение (например, $1&2/2 = 6$). Обозначив конкатенируемые числа за a и b , а частное от деления их конкатенации на произведение – за букву k , получаем уравнение:

$$\frac{a&b}{ab} = k; \quad a, b, k \in \mathbb{N}$$

Так как запись в десятичной системе счисления, числитель дроби можем преобразовать в $10^n a + b$, где n – количество цифр в b . Домножая на ab , получаем уравнение (1):

$$10^n a + b = kab, \quad n \in \mathbb{N}$$

Через $\rho_k(n)$ мы будем обозначать количество упорядоченных пар $(a; b)$, которые являются решением уравнения (1) при некотором фиксированном k в зависимости от n . В данной работе мы в том числе доказали следующую гипотезу.

Гипотеза 1.

$$\rho_3(n) = \begin{cases} \frac{n^2}{2} + n, & \text{если } n \text{ четное;} \\ \frac{n^2 - 1}{2} + n + 1, & \text{если } n \text{ нечетное.} \end{cases}$$