

Краткое изложение заявки (Ксенофонов Станислав Андреевич)

В области теории краевых задач для бианалитических функций до сих пор не исследованы следующие две обобщенные краевые задачи типа Гильберта (являющиеся естественным обобщением так называемых первой и второй основных краевых задач типа Гильберта для бианалитических функций).

Задача $GF_{1,2}$. Требуется найти все бианалитические функции $F(z)=U(x,y)+iV(x,y)$ класса $A_2(T^\pm) \cap H^{(2)}(L)$ удовлетворяющие на L следующим краевым условиям

$$a_1(t) \frac{\partial U}{\partial x} + b_1(t) \frac{\partial V}{\partial x} + \int_L A_1(t, \tau) \frac{\partial U}{\partial x} d\tau + \int_L B_1(t, \tau) \frac{\partial V}{\partial x} d\tau = c_1(t), \quad (1)$$

$$a_2(t) \frac{\partial U}{\partial y} + b_2(t) \frac{\partial V}{\partial y} + \int_L A_2(t, \tau) \frac{\partial U}{\partial y} d\tau + \int_L B_2(t, \tau) \frac{\partial V}{\partial y} d\tau = c_2(t), \quad (2)$$

где $a_k(t), b_k(t), c_k(t)$ ($k=1, 2$) - заданные на L действительные функции, причем $a_k(t), b_k(t), c_k(t) \in H^{(1)}(L)$ и

$$a_k^2(t) + b_k^2(t) \equiv 1, \quad (3)$$

а $A_k(t, \tau), B_k(t, \tau)$ - заданные фредгольмовы ядра, принадлежащие классу $H_*^{(1)}(L \times L)$.

Задача $GF_{2,2}$. Требуется найти все кусочно бианалитические функции $F(z)=U(x,y)+iV(x,y)$ класса $A_2(T^\pm) \cap H^{(2)}(L)$, удовлетворяющие на L следующим краевым условиям

$$\operatorname{Re} \left\{ \lambda_k(t) \frac{\partial^k F(t)}{\partial n^k} + \int_L A_k(t, \tau) \frac{\partial^k F(\tau)}{\partial n^k} d\tau \right\} = f_k(t), \quad k=0, 1$$

$$\frac{\partial F^+(t)}{\partial x} = G_1(t) \frac{\partial F^-(t)}{\partial x} + g_1(t), \quad (4)$$

где $\frac{\partial}{\partial n}$ - производная по внешней нормали к L , $\frac{\partial^k F(t)}{\partial n^k} = \lim_{z \rightarrow t \in L} \frac{\partial^k F(z)}{\partial n^k}$;

$\lambda_k(t) = a_k(t) + ib_k(t)$, $f_k(t)$ ($k=0, 1$) - заданные на L действительные функции, причем $\lambda_k(t), f_k(t) \in H^{(2-k)}(L)$ и

$$|\lambda_k(t)| \equiv 1, \quad (5)$$

а $A_k(t, \tau)$ - заданные фредгольмовы ядра, принадлежащие классу $H_*^{(2-k)}(L \times L)$.

Проект посвящен исследованию краевых задач $GF_{1,2}$ и $GF_{2,2}$ в случае произвольной односвязной области. Можно выделить три направления исследования проекта:

1) Решение краевых задач $GF_{1,2}$ и $GF_{2,2}$ в случае произвольной односвязной области с достаточно гладким контуром;

2) Решение краевых задач $GF_{1,2}$ и $GF_{2,2}$ в случае произвольной прямоугольной области.

Каждое из направлений исследования проекта предполагает построение конструктивного метода решения и картины разрешимости рассматриваемых задач. Результаты проекта могут быть применены при дальнейшем исследовании различных обобщений краевых задач типа Гильберта в классах полианалитических функций в случае произвольных односвязных областей, а также при решении практических задач из механики сплошной среды и математической физики.