

Коммутирующие дифференциальные операторы и их приложения в геометрии и математической физике

А.Е. Миронов

Краткое изложение заявки

Данный проект посвящен изучению коммутирующих дифференциальных операторов, их дискретных аналогов, а также применению теории интегрируемых систем в дифференциальной геометрии и математической физике. Методами конечнозонного интегрирования (в основе которых лежат коммутирующие дифференциальные операторы) проинтегрированы многие важные нелинейные уравнения такие как уравнение Кортвега–де Фриза, Кадомцева–Петвиашвили (КП), цепочка Тоды и др. Если обыкновенные дифференциальные операторы коммутируют, то их совместные функции параметризуются точками алгебраической кривой (спектральной кривой). В случае операторов ранга 1 (ранг — это размерность пространства собственных функций при фиксированных собственных значениях) совместная собственная функция (функция Бейкера–Ахиезера) найдена И.М. Кричевером и коэффициенты операторов находятся по этой функции. В случае операторов ранга $l > 1$ функция Бейкера–Ахиезера не находится в явном виде. Это является основной трудностью при исследовании операторов высокого ранга, а также при построении решений высокого ранга уравнений математической физики таких как КП или 2D-цепочки Тоды. Методом деформации параметров Тюрина С.П. Новиков и И.М. Кричевер нашли все операторы ранга 2, отвечающие кривой рода 1. О.И. Мохов нашел операторы ранга 3, также отвечающие кривой рода 1. Основной результат, который получен нами в этой области заключается в следующем. В случае ранга два для гиперэллиптической спектральной кривой нами получено уравнение, которое эквивалентно уравнениям Кричевера на параметры Тюрина. С помощью этого уравнения построены многочисленные примеры коммутирующих дифференциальных операторов ранга два в случае гиперэллиптических спектральных кривых. В рамках этого проекта мы предполагаем продолжить изучение коммутирующих дифференциальных и разностных операторов, а также применить методы интегрируемых систем в дифференциальной геометрии и математической физике, в частности, к изучению интегрируемых геодезических потоков на двумерном торе и к изучению лагранжевых торов в CP^2 .