

Категориальные грамматики Ламбека

Лекция 4 (24.07.2024)

Степан Кузнецов

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, г. Москва

Летняя школа «Современная математика» · Дубна

Формальная семантика

- ▶ Категориальная грамматика может извлечь из предложения больше информации, чем просто «правильно»/«неправильно».

Формальная семантика

- ▶ Категориальная грамматика может извлечь из предложения больше информации, чем просто «правильно»/«неправильно».
- ▶ А именно, для правильно построенного предложения можно построить *функциональное выражение*, или *λ -терм*, выражающий его смысл.

Формальная семантика

- ▶ Категориальная грамматика может извлечь из предложения больше информации, чем просто «правильно»/«неправильно».
- ▶ А именно, для правильно построенного предложения можно построить *функциональное выражение*, или *λ -терм*, выражающий его смысл.
- ▶ λ -терм считывается с вывода соответствующей секвенции с помощью *соответствия Карри – Говарда*.

Формальная семантика

- ▶ Категориальная грамматика может извлечь из предложения больше информации, чем просто «правильно»/«неправильно».
- ▶ А именно, для правильно построенного предложения можно построить *функциональное выражение*, или *λ -терм*, выражающий его смысл.
- ▶ λ -терм считывается с вывода соответствующей секвенции с помощью *соответствия Карри – Говарда*.
- ▶ **Принцип композициональности:** семантика целого предложения собирается из семантик его слов по определённым правилам.

Формальная семантика

- ▶ Категориальная грамматика может извлечь из предложения больше информации, чем просто «правильно»/«неправильно».
- ▶ А именно, для правильно построенного предложения можно построить *функциональное выражение*, или *λ -терм*, выражающий его смысл.
- ▶ λ -терм считывается с вывода соответствующей секвенции с помощью *соответствия Карри – Говарда*.
- ▶ **Принцип композициональности:** семантика целого предложения собирается из семантик его слов по определённым правилам.
- ▶ У Монтегю была формальная семантика для контекстно-свободных грамматик — там каждому контекстно-свободному правилу соответствовало правило построения семантического терма.

Синтаксические и семантические типы

- ▶ Начнём с того, что, помимо синтаксических (ламбековых) типов у нас будут типы семантические.

Синтаксические и семантические типы

- ▶ Начнём с того, что, помимо синтаксических (ламбековых) типов у нас будут типы семантические.
- ▶ Семантические типы используются для типизации функциональных выражений.

Синтаксические и семантические типы

- ▶ Начнём с того, что, помимо синтаксических (лямбековых) типов у нас будут типы семантические.
- ▶ Семантические типы используются для типизации функциональных выражений.
- ▶ Базовых семантических типов в примерах будет два: D — предметная область; T — значения истинности (например, $\{0, 1\}$).

Синтаксические и семантические типы

- ▶ Начнём с того, что, помимо синтаксических (ламбековых) типов у нас будут типы семантические.
- ▶ Семантические типы используются для типизации функциональных выражений.
- ▶ Базовых семантических типов в примерах будет два: D — предметная область; T — значения истинности (например, $\{0, 1\}$).
- ▶ Примитивные синтаксические типы отображаются в семантические произвольным образом, например:

$$\tau(np) = D$$

$$\tau(s) = T$$

$$\tau(n) = (D \Rightarrow T)$$

Синтаксические и семантические типы

- ▶ Начнём с того, что, помимо синтаксических (ламбековых) типов у нас будут типы семантические.
- ▶ Семантические типы используются для типизации функциональных выражений.
- ▶ Базовых семантических типов в примерах будет два: D — предметная область; T — значения истинности (например, $\{0, 1\}$).
- ▶ Примитивные синтаксические типы отображаются в семантические произвольным образом, например:

$$\tau(np) = D$$

$$\tau(s) = T$$

$$\tau(n) = (D \Rightarrow T)$$

- ▶ Для более сложных типов структура семантического типа отражает синтаксическую:

$$\tau(A \setminus B) = \tau(B / A) = \tau(A) \Rightarrow \tau(B)$$

$$\tau(A \cdot B) = \tau(A) \times \tau(B).$$

Базовая категориальная грамматика

Иван поёт.

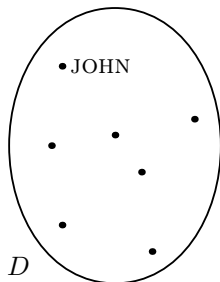
Базовая категориальная грамматика

Иван поёт.
John sings.

Базовая категориальная грамматика

Иван поёт.

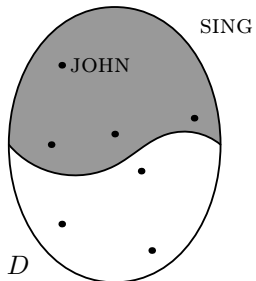
John sings.



Базовая категориальная грамматика

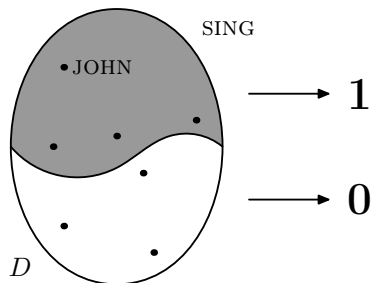
Иван поёт.

John sings.



Базовая категориальная грамматика

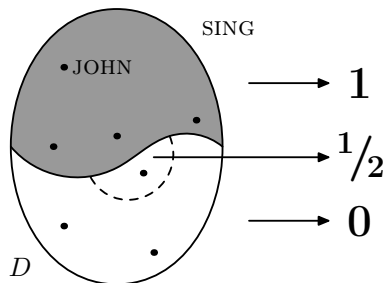
Иван поёт.
John sings.



$SING : D \rightarrow \{0, 1\}$

Базовая категориальная грамматика

Иван поёт.
John sings.

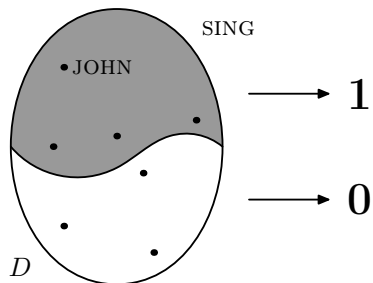


$SING : D \rightarrow T$

Базовая категориальная грамматика

Иван поёт.

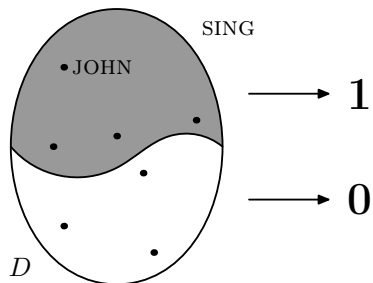
John sings.



$SING : D \rightarrow T$

Базовая категориальная грамматика

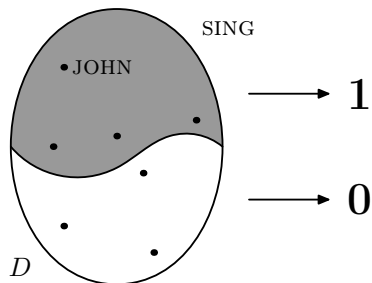
Иван поёт.
John sings.



$SING : D \rightarrow T$ $JOHN : D$

Базовая категориальная грамматика

Иван поёт.
John sings.



$SING : D \rightarrow T$

$JOHN : D$

$SING(JOHN) : T.$

Базовая категориальная грамматика

Иван поёт.

John sings.

D $D \rightarrow T$

Базовая категориальная грамматика

Иван поёт.

John sings.

$D \quad D \rightarrow T \quad \Rightarrow T$

Базовая категориальная грамматика

Иван поёт.

John sings.

$D \quad D \rightarrow T \quad \Rightarrow T$

$np \quad np \setminus s \quad \rightarrow s$

Базовая категориальная грамматика

Иван поёт.

John sings.

$D \quad D \rightarrow T \quad \Rightarrow T$

семантика

$np \quad np \setminus s \quad \rightarrow s$

синтаксис

Базовая категориальная грамматика

Иван поёт.

John sings.

$D \quad D \rightarrow T \quad \Rightarrow T$

семантика

$np \quad np \setminus s \quad \rightarrow s$

синтаксис

Правила сокращения:

$A (A \setminus B) \rightarrow B$

$(B / A) A \rightarrow B$

Базовая категориальная грамматика

Правила сокращения:

- ▶ синтаксические: $A, A \setminus B \rightarrow B$ $B / A, A \rightarrow B$
- ▶ семантическое: $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$.

Базовая категориальная грамматика

Правила сокращения:

- ▶ синтаксические: $A, A \setminus B \rightarrow B$ $B / A, A \rightarrow B$
- ▶ семантическое: $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$.

Modus ponens:

- ▶ Если доказано A и доказано, что из A следует B , то доказано B .

Базовая категориальная грамматика

Правила сокращения:

- ▶ синтаксические: $A, A \setminus B \rightarrow B$ $B / A, A \rightarrow B$
- ▶ семантическое: $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$.

Modus ponens:

- ▶ Если доказано A и доказано, что из A следует B , то доказано B .
- ▶ Если построен объект типа A и функция из A в B , то можно построить объект типа B .

Базовая категориальная грамматика

Правила сокращения:

- ▶ синтаксические: $A, A \setminus B \rightarrow B$ $B / A, A \rightarrow B$
- ▶ семантическое: $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$.

Modus ponens:

- ▶ Если доказано A и доказано, что из A следует B , то доказано B .
- ▶ Если построен объект u типа A и функция f из A в B , то можно построить объект $f(u)$ типа B .

Базовая категориальная грамматика

Правила сокращения:

- ▶ синтаксические: $A, A \setminus B \rightarrow B$ $B / A, A \rightarrow B$
- ▶ семантическое: $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$.

Modus ponens:

- ▶ Если доказано A и доказано, что из A следует B , то доказано B .
- ▶ Если построен объект u типа A и функция f из A в B , то можно построить объект $f(u)$ типа B .
- ▶ В исчислении *синтаксических* типов важен также порядок.

Базовая категориальная грамматика

Правила сокращения:

- ▶ синтаксические: $A, A \setminus B \rightarrow B$ $B / A, A \rightarrow B$
- ▶ семантическое: $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$.

Modus ponens:

- ▶ Если доказано A и доказано, что из A следует B , то доказано B .
- ▶ Если построен объект u типа A и функция f из A в B , то можно построить объект $f(u)$ типа B .
- ▶ В исчислении *синтаксических* типов важен также порядок.

Правило сечения:

- ▶ Если $\Pi \rightarrow A$ и $\Phi_1, A, \Phi_2 \rightarrow B$, то $\Phi_1, \Pi, \Phi_2 \rightarrow B$.

Базовая категориальная грамматика

Правила сокращения:

- ▶ синтаксические: $A, A \setminus B \rightarrow B$ $B / A, A \rightarrow B$
- ▶ семантическое: $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$.

Modus ponens:

- ▶ Если доказано A и доказано, что из A следует B , то доказано B .
- ▶ Если построен объект u типа A и функция f из A в B , то можно построить объект $f(u)$ типа B .
- ▶ В исчислении *синтаксических* типов важен также порядок.

Правило сечения:

- ▶ Если $\Pi \rightarrow A$ и $\Phi_1, A, \Phi_2 \rightarrow B$, то $\Phi_1, \Pi, \Phi_2 \rightarrow B$.
- ▶ Как только мы установили, что некоторая (сложная) синтаксическая конструкция имеет тип A , её можно использовать в любом месте, где допустим объект типа A .

Несколько аргументов (с разных сторон)

Иван	любит	Марью.
John	loves	Mary.

Несколько аргументов (с разных сторон)

Иван любит Марью.

John loves Mary.

np $(np \setminus s) / np$ np $\rightarrow s$

Несколько аргументов (с разных сторон)

Иван любит Марью.

John loves Mary.

np $(np \setminus s) / np$ np $\rightarrow s$

В БКГ нет средств доказать, что $(np \setminus s) / np \leftrightarrow np \setminus (s / np)$.

Несколько аргументов (с разных сторон)

Иван	любит	Марью.	
John	loves	Mary.	
np	$(np \setminus s) / np$	np	$\rightarrow s$

Каррирование:

вместо $\text{LOVE}_2(\text{JOHN}, \text{MARY})$ используется $\text{LOVE}(\text{MARY})(\text{JOHN})$.

Несколько аргументов (с разных сторон)

Иван	любит	Марью.	
John	loves	Mary.	
np	$(np \setminus s) / np$	np	$\rightarrow s$

Каррирование:

вместо $\text{LOVE}_2(\text{JOHN}, \text{MARY})$ используется $\text{LOVE}(\text{MARY})(\text{JOHN})$.

$\text{LOVE} : D \rightarrow (D \rightarrow T)$

Несколько аргументов (с разных сторон)

Иван	любит	Марью.	
John	loves	Mary.	
np	$(np \setminus s) / np$	np	$\rightarrow s$

Каррирование:

вместо $\text{LOVE}_2(\text{JOHN}, \text{MARY})$ используется $\text{LOVE}(\text{MARY})(\text{JOHN})$.

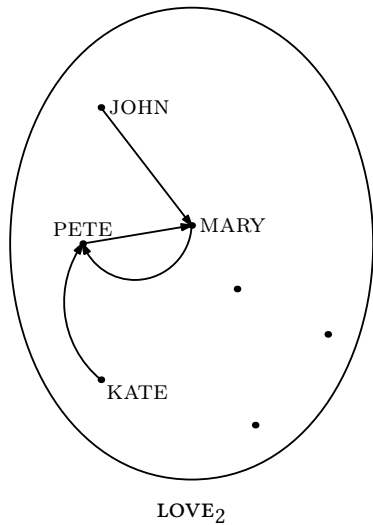
$\text{LOVE} : D \rightarrow (D \rightarrow T)$

$\text{LOVE}(\text{MARY}) : D \rightarrow T$

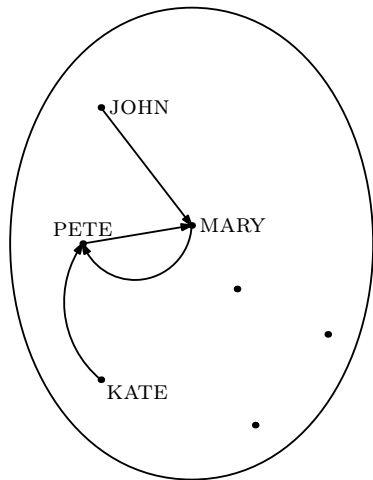
Haskell Curry



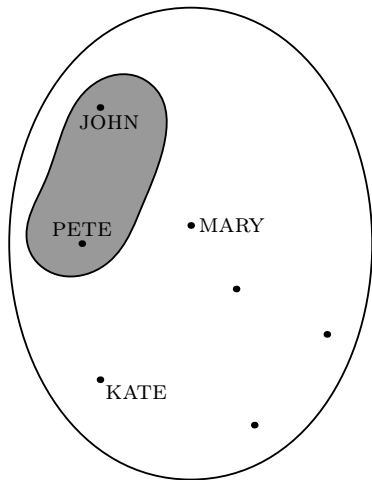
Каррирование (Currying)



Каррирование (Currying)



LOVE_2



$\text{LOVE}(\text{MARY})$

Определённый артикль

the book
np / n *n* \rightarrow *np*

Определённый артикль

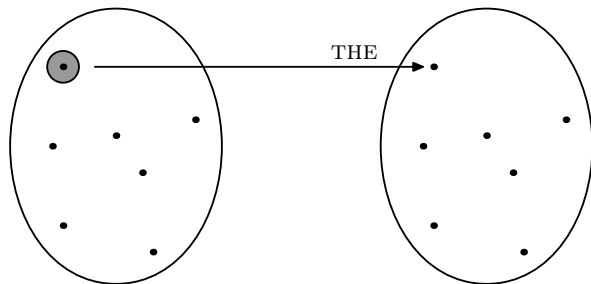
the book
 np / n n $\rightarrow np$
 $D \rightarrow T$

Определённый артикль

the	book	
np / n	n	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow D$

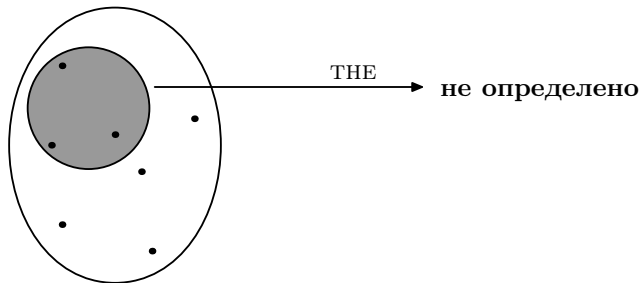
Определённый артикль

the	book	
np / n	n	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow D$



Определённый артикль

the	book	
np / n	n	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow D$



Прилагательное

интересная
interesting

книга
book

Прилагательное

интересная

interesting

n / n

книга

book

n

Прилагательное

интересная

interesting

n / n

книга

book

n

→ *n*

Прилагательное

интересная

interesting

n / n

$(D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T)$

книга

book

n

$D \rightarrow T$

$\rightarrow n$

$\Rightarrow D \rightarrow T$

Прилагательное

интересная

interesting

n/n

$(D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T)$

книга

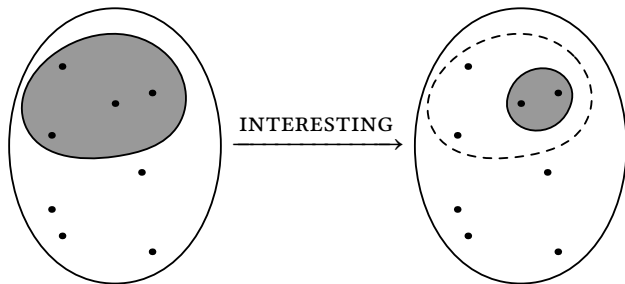
book

n

$\rightarrow n$

$D \rightarrow T$

$\Rightarrow D \rightarrow T$





Прилагательное

морская

guinea

n / n

$(D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T)$

свинка

pig

n

$\rightarrow n$

$D \rightarrow T$

$\Rightarrow D \rightarrow T$

Прилагательное

морская

guinea

n/n

$(D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T)$

свинка

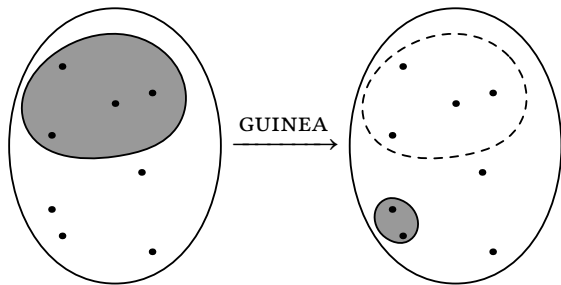
pig

n

$\rightarrow n$

$D \rightarrow T$

$\Rightarrow D \rightarrow T$



Прилагательное

большой	красный	мяч
big	red	ball

Прилагательное

большой	красный	мяч
big	red	ball
<i>n / n</i>	<i>n / n</i>	<i>n</i>

Прилагательное

большой	красный	мяч	
big	red	ball	
<i>n / n</i>	<i>n / n</i>	<i>n</i>	$\rightarrow n$

Наречие

очень
very

интересная
interesting

книга
book

Наречие

очень
very

интересная
interesting
n / n

книга
book
n

Наречие

очень	интересная	книга
very	interesting	book
$(n / n) / (n / n)$	n / n	n

Наречие

очень	интересная	книга	
very	interesting	book	
$(n / n) / (n / n)$	n / n	n	$\rightarrow n$

Наречие

очень	интересная	книга	
very	interesting	book	
$(n/n)/(n/n)$	n/n	n	$\rightarrow n$

BOOK : $D \rightarrow T$

INTERESTING : $(D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T)$

Наречие

очень	интересная	книга	
very	interesting	book	
$(n/n)/(n/n)$	n/n	n	$\rightarrow n$

BOOK : $D \rightarrow T$

INTERESTING : $(D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T)$

VERY : $((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T)) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$

Наречие

очень	интересная	книга	
very	interesting	book	
$(n/n)/(n/n)$	n/n	n	$\rightarrow n$

BOOK : $D \rightarrow T$

INTERESTING : $(D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T)$

VERY : $((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T)) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$

$(\text{VERY}(\text{INTERESTING}))(\text{BOOK})$

λ -абстракция

- ▶ Правым правилам введения операций деления соответствуют операция λ -абстракции.

λ -абстракция

- ▶ Правым правилам введения операций деления соответствуют операция λ -абстракции.
- ▶ Например, рассмотрим фразу “John loves” типа s / np .

λ -абстракция

- ▶ Правым правилам введения операций деления соответствуют операция λ -абстракции.
- ▶ Например, рассмотрим фразу “John loves” типа s / np .
- ▶ Её правильность обеспечивается секвенцией $np, (np \setminus s) / np \rightarrow s / np$, которая выводится из $np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s$.

λ -абстракция

- ▶ Правым правилам введения операций деления соответствуют операция λ -абстракции.
- ▶ Например, рассмотрим фразу “John loves” типа s / np .
- ▶ Её правильность обеспечивается секвенцией $np, (np \setminus s) / np \rightarrow s / np$, которая выводится из $np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s$.
- ▶ Последняя соответствует предложениям типа “John loves Mary”; семантика такого предложения $\text{LOVE}(\text{MARY})(\text{JOHN})$.

λ -абстракция

- ▶ Правым правилам введения операций деления соответствуют операция λ -абстракции.
- ▶ Например, рассмотрим фразу “John loves” типа s / np .
- ▶ Её правильность обеспечивается секвенцией $np, (np \setminus s) / np \rightarrow s / np$, которая выводится из $np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s$.
- ▶ Последняя соответствует предложениям типа “John loves Mary”; семантика такого предложения $\text{LOVE}(\text{MARY})(\text{JOHN})$.
- ▶ Однако крайняя справа np не отвечает никакому слову в исходном предложении, и мы используем свободную переменную: “John loves x ” имеет семантику $\text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$.

λ -абстракция

- ▶ Правым правилам введения операций деления соответствуют операция λ -абстракции.
- ▶ Например, рассмотрим фразу “John loves” типа s / np .
- ▶ Её правильность обеспечивается секвенцией $np, (np \setminus s) / np \rightarrow s / np$, которая выводится из $np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s$.
- ▶ Последняя соответствует предложениям типа “John loves Mary”; семантика такого предложения $\text{LOVE}(\text{MARY})(\text{JOHN})$.
- ▶ Однако крайняя справа np не отвечает никакому слову в исходном предложении, и мы используем свободную переменную: “John loves x ” имеет семантику $\text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$.
- ▶ Соответственно, фраза “John loves” получает семантику $\lambda x.(\text{LOVE}(x)(\text{JOHN}))$ (семантический тип: $D \rightarrow T$).

Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

$$\frac{\Pi, x : A \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (B / A)} (\rightarrow /), \text{ где } \Pi \text{ непусто}$$

$$\frac{x : A, \Pi \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (A \setminus B)} (\rightarrow \setminus), \text{ где } \Pi \text{ непусто}$$

Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

$$\frac{\Pi, x : A \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (B / A)} (\rightarrow /), \text{ где } \Pi \text{ непусто}$$

$$\frac{x : A, \Pi \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (A \setminus B)} (\rightarrow \setminus), \text{ где } \Pi \text{ непусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, f : (B / A), \Pi, \Delta \rightarrow u : C} (/ \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, f : (A \setminus B), \Delta \rightarrow u : C} (\setminus \rightarrow)$$

Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

$$\frac{\Pi, x : A \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (B / A)} (\rightarrow /), \text{ где } \Pi \text{ непусто}$$

$$\frac{x : A, \Pi \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (A \setminus B)} (\rightarrow \setminus), \text{ где } \Pi \text{ непусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, f : (B / A), \Pi, \Delta \rightarrow u : C} (/ \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, f : (A \setminus B), \Delta \rightarrow u : C} (\setminus \rightarrow)$$

Haskell Curry



William Howard



Johan van Benthem



Соответствие Карри – Говарда

- ▶ С помощью семантической разметки по данному выводу можно построить соответствующий ему λ -терм:

$$x_1 : A_1, \dots, x_n : A_n \rightarrow u(x_1, \dots, x_n) : B.$$

Соответствие Карри – Говарда

- ▶ С помощью семантической разметки по данному выводу можно построить соответствующий ему λ -терм:

$$x_1 : A_1, \dots, x_n : A_n \rightarrow u(x_1, \dots, x_n) : B.$$

- ▶ При этом вместо x_i будут подставлены термы v_i , задающие семантику соответствующих слов:

$$v_1 : A_1, \dots, v_n : A_n \rightarrow u[x_1 := v_1, \dots, x_n := v_n] : B.$$

Соответствие Карри – Говарда

- ▶ С помощью семантической разметки по данному выводу можно построить соответствующий ему λ -терм:

$$x_1 : A_1, \dots, x_n : A_n \rightarrow u(x_1, \dots, x_n) : B.$$

- ▶ При этом вместо x_i будут подставлены термы v_i , задающие семантику соответствующих слов:

$$v_1 : A_1, \dots, v_n : A_n \rightarrow u[x_1 := v_1, \dots, x_n := v_n] : B.$$

- ▶ Таким образом, вывод порождает терм u , который и является *правилом композиции значений*.

Соответствие Карри – Говарда

- ▶ С помощью семантической разметки по данному выводу можно построить соответствующий ему λ -терм:

$$x_1 : A_1, \dots, x_n : A_n \rightarrow u(x_1, \dots, x_n) : B.$$

- ▶ При этом вместо x_i будут подставлены термы v_i , задающие семантику соответствующих слов:

$$v_1 : A_1, \dots, v_n : A_n \rightarrow u[x_1 := v_1, \dots, x_n := v_n] : B.$$

- ▶ Таким образом, вывод порождает терм u , который и является *правилом композиции значений*.
- ▶ Соответствие между выводом и λ -термом называется **соответствием Карри – Говарда**.

Соответствие Карри – Говарда

- ▶ При этом, вообще говоря, соответствие Карри – Говарда в данном случае работает только в одну сторону.

Соответствие Карри – Говарда

- ▶ При этом, вообще говоря, соответствие Карри – Говарда в данном случае работает только в одну сторону.
- ▶ Не всякий λ -терм реализуется с помощью вывода в исчислении Ламбека.

Соответствие Карри – Говарда

- ▶ При этом, вообще говоря, соответствие Карри – Говарда в данном случае работает только в одну сторону.
- ▶ Не всякий λ -терм реализуется с помощью вывода в исчислении Ламбека.
- ▶ Пример: $\lambda x.\lambda y.x$.

Соответствие Карри – Говарда

- ▶ При этом, вообще говоря, соответствие Карри – Говарда в данном случае работает только в одну сторону.
- ▶ Не всякий λ -терм реализуется с помощью вывода в исчислении Ламбека.
- ▶ Пример: $\lambda x.\lambda y.x$.
- ▶ Изоморфизмом соответствие Карри – Говарда является для интуиционистской логики.

Соответствие Карри – Говарда

- ▶ При этом, вообще говоря, соответствие Карри – Говарда в данном случае работает только в одну сторону.
- ▶ Не всякий λ -терм реализуется с помощью вывода в исчислении Ламбека.
- ▶ Пример: $\lambda x.\lambda y.x$.
- ▶ Изоморфизмом соответствие Карри – Говарда является для интуиционистской логики.
- ▶ Так, вывод, соответствующий $\lambda x.\lambda y.x$, использует правило ослабления:

$$\frac{\frac{\frac{x : A \vdash x : A}{x : A, y : B \vdash x : A}}{x : A \vdash \lambda y.x : B \rightarrow A}}{\vdash \lambda x.\lambda y.x : A \rightarrow (B \rightarrow A)}$$

Семантика Монтегю

- ▶ Таким образом, семантическая разметка выводов в исчислении Ламбека даёт естественную реализацию идеи композициональной семантики Монтегю.

Семантика Монтегю

- ▶ Таким образом, семантическая разметка выводов в исчислении Ламбека даёт естественную реализацию идеи композициональной семантики Монтегю.
- ▶ А именно, семантика (λ -терм) для всего предложения собирается из семантик отдельных слов.

Семантика Монтегю

- ▶ Таким образом, семантическая разметка выводов в исчислении Ламбека даёт естественную реализацию идеи композициональной семантики Монтегю.
- ▶ А именно, семантика (λ -терм) для всего предложения собирается из семантик отдельных слов.
- ▶ При этом правило, по которому такая сборка (композиция) осуществляется, считывается по Карри – Говарду из вывода в исчислении Ламбека.

Семантика Монтегю

- ▶ Таким образом, семантическая разметка выводов в исчислении Ламбека даёт естественную реализацию идеи композициональной семантики Монтегю.
- ▶ А именно, семантика (λ -терм) для всего предложения собирается из семантик отдельных слов.
- ▶ При этом правило, по которому такая сборка (композиция) осуществляется, считывается по Карри – Говарду из вывода в исчислении Ламбека.
- ▶ Изначально идея семантики Монтегю применялась к контекстно-свободным грамматикам, и в этом случае правила композиции приходилось задавать явно.

Семантика Монтегю

- ▶ Таким образом, семантическая разметка выводов в исчислении Ламбека даёт естественную реализацию идеи композициональной семантики Монтегю.
- ▶ А именно, семантика (λ -терм) для всего предложения собирается из семантик отдельных слов.
- ▶ При этом правило, по которому такая сборка (композиция) осуществляется, считывается по Карри – Говарду из вывода в исчислении Ламбека.
- ▶ Изначально идея семантики Монтегю применялась к контекстно-свободным грамматикам, и в этом случае правила композиции приходилось задавать явно.
- ▶ А именно, для каждого правила вида $A \Rightarrow B_1 \dots B_n$ задавался специальный λ -терм k , и семантическая разметка в целом выглядела так: $ku_1 \dots u_n : \tau(A)$, если ранее было $u_i : \tau(B_i)$.

Семантика Монтегю

- ▶ Таким образом, семантическая разметка выводов в исчислении Ламбека даёт естественную реализацию идеи композиционной семантики Монтегю.
- ▶ А именно, семантика (λ -терм) для всего предложения собирается из семантик отдельных слов.
- ▶ При этом правило, по которому такая сборка (композиция) осуществляется, считывается по Карри – Говарду из вывода в исчислении Ламбека.
- ▶ Изначально идея семантики Монтегю применялась к контекстно-свободным грамматикам, и в этом случае правила композиции приходилось задавать явно.
- ▶ А именно, для каждого правила вида $A \Rightarrow B_1 \dots B_n$ задавался специальный λ -терм k , и семантическая разметка в целом выглядела так: $ku_1 \dots u_n : \tau(A)$, если ранее было $u_i : \tau(B_i)$.
- ▶ Например: $S \Rightarrow NP VP$, где $\tau(S) = T$, $\tau(NP) = D$, $\tau(VP) = D \rightarrow T$, и $k = \lambda x. \lambda p. p(x)$.

Richard Montague



Преобразования λ -термов

- ▶ α -конверсия — переименование связанной переменной:

$$\lambda x.u \rightarrow_{\alpha} \lambda y.u[x := y]$$

- ▶ β -редукция:

$$(\lambda x.u)(v) \rightarrow_{\beta} u[x := v]$$

Преобразования λ -термов

- ▶ α -конверсия — переименование связанной переменной:

$$\lambda x.u \rightarrow_{\alpha} \lambda y.u[x := y]$$

- ▶ β -редукция:

$$(\lambda x.u)(v) \rightarrow_{\beta} u[x := v]$$

- ▶ Условия корректности подстановки: свободные переменные терма v (в случае α -конверсии — переменная y) не должны попасть в область действия λ -операторов внутри u .

Преобразования λ -термов

- ▶ α -конверсия — переименование связанной переменной:

$$\lambda x.u \rightarrow_{\alpha} \lambda y.u[x := y]$$

- ▶ β -редукция:

$$(\lambda x.u)(v) \rightarrow_{\beta} u[x := v]$$

- ▶ Условия корректности подстановки: свободные переменные терма v (в случае α -конверсии — переменная y) не должны попасть в область действия λ -операторов внутри u .
- ▶ Преобразования можно применять к подтермам внутри термов.

Семантика: логические операции

John runs and Pete walks.
 np $np \setminus s$ $(s \setminus s) / s$ np $np \setminus s \rightarrow s$

Семантика: логические операции

John	runs	and	Pete	walks.	
np	$np \setminus s$	$(s \setminus s) / s$	np	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
D	$D \rightarrow T$		D	$D \rightarrow T$	

Семантика: логические операции

John	runs	and	Pete	walks.	
np	$np \setminus s$	$(s \setminus s) / s$	np	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
D	$D \rightarrow T$	$T \rightarrow (T \rightarrow T)$	D	$D \rightarrow T$	

Семантика: логические операции

John	runs	and	Pete	walks.	
np	$np \setminus s$	$(s \setminus s) / s$	np	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
D	$D \rightarrow T$	$T \rightarrow (T \rightarrow T)$	D	$D \rightarrow T$	

AND : $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

Семантика: логические операции

John	runs	and	Pete	walks.	
np	$np \setminus s$	$(s \setminus s) / s$	np	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
D	$D \rightarrow T$	$T \rightarrow (T \rightarrow T)$	D	$D \rightarrow T$	

AND : $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

OR : $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

Семантика: логические операции

John runs and Pete walks. $\rightarrow s$
 np $np \setminus s$ $(s \setminus s) / s$ np $np \setminus s$
 D $D \rightarrow T$ $T \rightarrow (T \rightarrow T)$ D $D \rightarrow T$

AND : $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

OR : $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

Таблица истинности (для $T = \{0, 1\}$):

x	y	AND(y)(x)	OR(y)(x)
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Семантика: логические операции

John runs and Pete walks. $\rightarrow s$
 np $np \setminus s$ $(s \setminus s) / s$ np $np \setminus s$
 D $D \rightarrow T$ $T \rightarrow (T \rightarrow T)$ D $D \rightarrow T$

AND : $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

OR : $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

Таблица истинности (для $T = \{0, 1\}$):

x	y	$x \wedge y$	$x \vee y$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Семантика: логические операции

John runs and Pete walks. $\rightarrow s$
 $np \quad np \setminus s \quad (s \setminus s) / s \quad np \quad np \setminus s$
 $D \quad D \rightarrow T \quad T \rightarrow (T \rightarrow T) \quad D \quad D \rightarrow T$

AND : $T \rightarrow (T \rightarrow T)$ конъюнкция

OR : $T \rightarrow (T \rightarrow T)$ дизъюнкция

Таблица истинности (для $T = \{0, 1\}$):

x	y	$x \wedge y$	$x \vee y$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Семантика: подчинительный союз

the girl whom John loves
 np / n n $(n \setminus n) / (s / np)$ np $(np \setminus s) / np \rightarrow np$

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves” : s / np

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves” : $D \rightarrow T$

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves” : $D \rightarrow T$

$x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves” : $D \rightarrow T$

$x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика для “John loves”: $\lambda x^D. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$.

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves” : $D \rightarrow T$
 $x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика для “John loves”: $\lambda x^D. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$.

Семантика для “whom”: $\lambda P^{D \rightarrow T}. \lambda Q^{D \rightarrow T}. \lambda y^D. (P(y) \wedge Q(y))$.

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves” : $D \rightarrow T$
 $x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика для “John loves”: $\lambda x^D. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$.

Семантика для “whom”: $\lambda P^{D \rightarrow T}. \lambda Q^{D \rightarrow T}. \lambda y^D. (P(y) \wedge Q(y))$.

Собираем:

$\text{THE} \left((\lambda P. \lambda Q. \lambda y. (P(y) \wedge Q(y))) (\lambda x. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})) (\text{GIRL}) \right)$

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves” : $D \rightarrow T$
 $x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика для “John loves”: $\lambda x^D. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$.

Семантика для “whom”: $\lambda P^{D \rightarrow T}. \lambda Q^{D \rightarrow T}. \lambda y^D. (P(y) \wedge Q(y))$.

Собираем:

$\text{THE} \left((\lambda P. \lambda Q. \lambda y. (P(y) \wedge Q(y))) (\lambda x. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})) (\text{GIRL}) \right) \rightarrow_{\beta}$
 $\rightarrow_{\beta} \text{THE} (\lambda y. ((\lambda x. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})) (y) \wedge \text{GIRL}(y)))$

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves” : $D \rightarrow T$
 $x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика для “John loves”: $\lambda x^D. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$.

Семантика для “whom”: $\lambda P^{D \rightarrow T}. \lambda Q^{D \rightarrow T}. \lambda y^D. (P(y) \wedge Q(y))$.

Собираем:

$$\begin{aligned} & \text{THE} \left((\lambda P. \lambda Q. \lambda y. (P(y) \wedge Q(y))) (\lambda x. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})) (\text{GIRL}) \right) \rightarrow_{\beta} \\ & \rightarrow_{\beta} \text{THE} (\lambda y. ((\lambda x. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})) (y) \wedge \text{GIRL}(y))) \rightarrow_{\beta} \\ & \rightarrow_{\beta} \text{THE} (\lambda y. (\text{LOVE}(y)(\text{JOHN}) \wedge \text{GIRL}(y))) \end{aligned}$$

Семантическая разметка вывода

$n, (n \setminus n) / (s / np), np, (np \setminus s) / np \rightarrow n$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow s / np} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{n, (n \setminus n) / (s / np), np, (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow s / np \quad n, n \setminus n \rightarrow n}$$

$G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow ? : n$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{J : np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad J : np, np \setminus s \rightarrow s}}{J : np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y. (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{J : np \rightarrow J : np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np} \quad J : np, np \setminus s \rightarrow s}{J : np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad J : np, L : (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}{J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow s} \quad \frac{J : np \rightarrow J : np \quad s \rightarrow s}{J : np, np \setminus s \rightarrow s}}{J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow s / np} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y. (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{J : np \rightarrow J : np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np} \quad J : np, np \setminus s \rightarrow s}{J : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow ? : s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{J : np \rightarrow J : np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np} \quad J : np, np \setminus s \rightarrow s}{J : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow ? : s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{x : np \rightarrow np \quad J : np, np \setminus s \rightarrow s}{J : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow ? : s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{J : np \rightarrow J : np \quad s \rightarrow s}{x : np \rightarrow x : np} \quad J : np, L(x) : np \setminus s \rightarrow s}{J : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow ? : s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y. (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{x : np \rightarrow x : np \quad \frac{J : np \rightarrow J : np \quad L(x)(J) : s \rightarrow s}{J : np, L(x) : np \setminus s \rightarrow s}}{J : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow ? : s}}{J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. ? : s / np} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{
 \frac{
 \frac{
 \frac{
 \frac{
 J : np \rightarrow J : np \quad L(x)(J) : s \rightarrow L(x)(J) : s
 }{
 J : np, L(x) : np \setminus s \rightarrow s
 }
 }{
 x : np \rightarrow x : np
 }
 }{
 J : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow ? : s
 }
 }{
 J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. ? : s / np
 }
 }{
 G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n
 }
 }{
 \frac{
 \frac{
 n \rightarrow n \quad n \rightarrow n
 }{
 n, n \setminus n \rightarrow n
 }
 }{
 }
 }$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{x : np \rightarrow x : np \quad \frac{J : np \rightarrow J : np \quad L(x)(J) : s \rightarrow L(x)(J) : s}{J : np, L(x) : np \setminus s \rightarrow L(x)(J) : s}}{J : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow ? : s}}{J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. ? : s / np} \quad \frac{\frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{x : np \rightarrow x : np \quad \frac{J : np \rightarrow J : np \quad L(x)(J) : s \rightarrow L(x)(J) : s}{J : np, L(x) : np \setminus s \rightarrow L(x)(J) : s}}{J : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow L(x)(J) : s}}{J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. ? : s / np} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}$$
$$G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{x : np \rightarrow x : np \quad \frac{J : np \rightarrow J : np \quad L(x)(J) : s \rightarrow L(x)(J) : s}{J : np, L(x) : np \setminus s \rightarrow L(x)(J) : s}}{J : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow L(x)(J) : s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. \mathbf{I}(x)(\mathbf{J}) : s / np} \quad \frac{\mathbf{G} : n \rightarrow \mathbf{G} : n \quad n \rightarrow n}{\mathbf{G} : n, n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. I(x)(J) : s / np} \quad \frac{\frac{G : n \rightarrow G : n \quad n \rightarrow n}{G : n, (\lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)))(\lambda x. I(x)(J)) : n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. I(x)(J) : s / np} \quad \frac{\frac{G : n \rightarrow G : n \quad n \rightarrow n}{G : n, \lambda Q. \lambda y. ((\lambda x. I(x)(J))(y) \wedge Q(y)) : n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. L(x)(J) : s / np} \quad \frac{\frac{G : n \rightarrow G : n \quad n \rightarrow n}{G : n, \lambda Q. \lambda y. (L(y)(J) \wedge Q(y)) : n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. L(x)(J) : s / np} \quad \frac{G : n \rightarrow G : n \quad (\lambda Q. \lambda y. (L(y)(J) \wedge Q(y)))(G) : n \rightarrow n}{G : n, \lambda Q. \lambda y. (L(y)(J) \wedge Q(y)) : n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y. (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. I(x)(J) : s / np} \quad \frac{G : n \rightarrow G : n \quad \lambda y. (I(y)(J) \wedge G(y)) : n \rightarrow n}{G : n, \lambda Q. \lambda y. (I(y)(J) \wedge Q(y)) : n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y. (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

girl whom John loves

Семантическая разметка вывода

$$\frac{
 \frac{
 \frac{
 np \rightarrow np \quad s \rightarrow s
 }{
 np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s
 }
 }{
 np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s
 }
 \quad
 \mathbf{G} : n \rightarrow \mathbf{G} : n \quad \lambda y. (\mathbf{I}(y)(\mathbf{J}) \wedge \mathbf{G}(y)) : n \rightarrow n
 }{
 np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. \mathbf{I}(x)(\mathbf{J}) : s / np \quad \mathbf{G} : n, \lambda Q. \lambda y. (\mathbf{I}(y)(\mathbf{J}) \wedge Q(y)) : n \setminus n \rightarrow n
 }
 }{
 \mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{I} : (np \setminus s) / np \rightarrow
 }
 \rightarrow \lambda y. (\mathbf{I}(y)(\mathbf{J}) \wedge \mathbf{G}(y)) : n$$

girl whom John loves

Структурная неоднозначность

pyramid
пирамида

near
рядом с

the

box
коробкой

on
на

the

table
столе

Структурная неоднозначность

pyramid	near	the	box	on	the	table	
пирамида	рядом с		коробкой	на		столе	
n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$\rightarrow n$

Структурная неоднозначность

pyramid	near	the	box	on	the	table	
пирамида	рядом с		коробкой	на		столе	
I. n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$\rightarrow n$
n	$n \setminus n$			$n \setminus n$			

Структурная неоднозначность

	pyramid	near	the	box	on	the	table	
	пирамида	рядом с		коробкой	на		столе	
I.	n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$\rightarrow n$
	n	$n \setminus n$			$n \setminus n$			
II.	n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$\rightarrow n$
	n	$(n \setminus n) / np$	np					

Структурная неоднозначность

pyramid
 n

near
 $(n \setminus n) / np$

the box
 np / n

on
 $(n \setminus n) / np$

the
 np / n

table
 n

$\rightarrow n$

Структурная неоднозначность

pyramid

n

PYRAMID

near

$(n \setminus n) / np$

$\lambda x. \lambda P. \lambda y. (P(y) \wedge \text{NEAR}(x)(y))$

the

np / n

THE

box

n

BOX

on

$(n \setminus n) / np$

$\lambda z. \lambda Q. \lambda t. (Q(t) \wedge \text{ON}(z)(t))$

the

np / n

THE

table

n

TABLE

$\rightarrow n$

Структурная неоднозначность

pyramid

n

PYRAMID

near

$(n \setminus n) / np$

$\lambda x. \lambda P. \lambda y. (P(y) \wedge \text{NEAR}(x)(y))$

the

np / n

THE

box

n

BOX

on

$(n \setminus n) / np$

$\lambda z. \lambda Q. \lambda t. (Q(t) \wedge \text{ON}(z)(t))$

the

np / n

THE

table

n

TABLE

$\rightarrow n$

- I. $\lambda y. ((\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\text{BOX}))(y)) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(y))$
II. $\lambda y. (\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\lambda t. (\text{BOX}(t) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(t))))(y))$

Структурная неоднозначность

pyramid	near	the	box
n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n
PYRAMID	$\lambda x. \lambda P. \lambda y. (P(y) \wedge \text{NEAR}(x)(y))$	THE	BOX

	on	the	table	
	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$\rightarrow n$
	$\lambda z. \lambda Q. \lambda t. (Q(t) \wedge \text{ON}(z)(t))$	THE	TABLE	

- I. $\lambda y. ((\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\text{BOX}))(y)) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(y))$
- II. $\lambda y. (\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\lambda t. (\text{BOX}(t) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(t))))(y))$

Эти две семантики можно получить с помощью формальной процедуры семантической разметки вывода.

Структурная неоднозначность

pyramid	near	the	box
n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n
PYRAMID	$\lambda x. \lambda P. \lambda y. (P(y) \wedge \text{NEAR}(x)(y))$	THE	BOX

	on	the	table	
	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$\rightarrow n$
	$\lambda z. \lambda Q. \lambda t. (Q(t) \wedge \text{ON}(z)(t))$	THE	TABLE	

- I. $\lambda y. ((\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\text{BOX}))(y)) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(y))$
II. $\lambda y. (\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\lambda t. (\text{BOX}(t) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(t))))(y))$

Эти две семантики можно получить с помощью формальной процедуры семантической разметки вывода.

Бывает также *мнимая неоднозначность* (spurious ambiguity): два формально разных вывода дают одну семантику.

Семантика: сочинительный союз

John walks or runs
 np $np \setminus s$ $((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$ $np \setminus s$ $\rightarrow s$

Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
np	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	

Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
np	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
		$(\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x)))(\text{RUN})(\text{WALK})(\text{JOHN})$		

Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
np	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
				$WALK(\text{JOHN}) \vee RUN(\text{JOHN})$

Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
np	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
				$WALK(\text{JOHN}) \vee RUN(\text{JOHN})$

Mary	loves	and	Ann	hates	Pete
np	$(np \setminus s) / np$	$((s / np) \setminus (s / np)) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	np

Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
np	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
				$WALK(\text{JOHN}) \vee RUN(\text{JOHN})$

Mary	loves	and	Ann	hates	Pete
np	$(np \setminus s) / np$	$((s / np) \setminus (s / np)) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	np
MARY	LOVE	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \wedge Q(x))$	ANN	HATE	PETE

Семантика: сочинительный союз

John walks or runs $\rightarrow s$
 $np \quad np \setminus s \quad ((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s) \quad np \setminus s \quad \rightarrow s$
JOHN WALK $\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$ RUN
WALK(JOHN) \vee RUN(JOHN)

Mary loves Ann hates Pete
 $np \quad (np \setminus s) / np \quad ((s / np) \setminus (s / np)) / (s / np) \quad np \quad (np \setminus s) / np \quad np$
MARY LOVE $\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \wedge Q(x))$ ANN HATE PETE
LOVE(MARY)(PETE) \wedge HATE(ANN)(PETE)

Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.

Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван или Пётр поёт.

John or Pete sings.

np $(np \setminus np) / np$ np $np \setminus s$ $\rightarrow s$

Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
np	$(np \setminus np) / np$	np	$np \setminus s \rightarrow s$

Синтаксически хорошо...

Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
np	$(np \setminus np) / np$	np	$np \setminus s \rightarrow s$

Синтаксически хорошо... **семантически плохо!**

Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
np	$(np \setminus np) / np$	np	$np \setminus s \rightarrow s$

Синтаксически хорошо... **семантически плохо!**

$$\widetilde{\text{or}} : D \rightarrow (D \rightarrow D)$$

Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
np	$(np \setminus np) / np$	np	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}$			
$\rightarrow np$			

Синтаксически хорошо... **семантически плохо!**

$$\widetilde{\text{OR}} : D \rightarrow (D \rightarrow D)$$

Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
np	$(np \setminus np) / np$	np	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}$			
$\rightarrow np$			

Синтаксически хорошо... **семантически плохо!**

$\widetilde{OR} : D \rightarrow (D \rightarrow D)$

$\widetilde{OR}(\text{PETE})(\text{JOHN}) : D$

Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
np	$(np \setminus np) / np$	np	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}$			
$\rightarrow np$			

Синтаксически хорошо... **семантически плохо!**

$\widetilde{OR} : D \rightarrow (D \rightarrow D)$

$\widetilde{OR}(PETE)(JOHN) : D$

Однако в D нет объекта «Иван или Пётр».

Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
np	$(np \setminus np) / np$	np	$np \setminus s \rightarrow s$
<hr/>			
$\rightarrow np$			

Синтаксически хорошо... **семантически плохо!**

$\widetilde{OR} : D \rightarrow (D \rightarrow D)$

$\widetilde{OR}(PETE)(JOHN) : D$

Однако в D нет объекта «Иван или Пётр».

Неправильная семантика: $SING(\widetilde{OR}(PETE)(JOHN))$.

Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
np	$(np \setminus np) / np$	np	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}_{\rightarrow np}$			

Синтаксически хорошо... **семантически плохо!**

$\widetilde{OR} : D \rightarrow (D \rightarrow D)$

$\widetilde{OR}(PETE)(JOHN) : D$

Однако в D нет объекта «Иван или Пётр».

Неправильная семантика: $SING(\widetilde{OR}(PETE)(JOHN))$.

Правильная семантика: $OR(SING(PETE))(SING(JOHN))$.

Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
np	$(np \setminus np) / np$	np	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}_{\rightarrow np}$			

Синтаксически хорошо... **семантически плохо!**

$\widetilde{OR} : D \rightarrow (D \rightarrow D)$

$\widetilde{OR}(PETE)(JOHN) : D$

Однако в D нет объекта «Иван или Пётр».

Неправильная семантика: $SING(\widetilde{OR}(PETE)(JOHN))$.

Правильная семантика: $SING(JOHN) \vee SING(PETE)$.

Поднятие типа

John sings.
np *np \ s* \rightarrow *s*

Поднятие типа

John	sings.		
np	$np \setminus s$	\rightarrow	s
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	\rightarrow	s

Поднятие типа

John	sings.	
np	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$

$$\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np \rightarrow s / (np \setminus s)}$$

Поднятие типа

John	sings.		
np	$np \setminus s$	\rightarrow	s
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	\rightarrow	s

$$\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}$$

Поднятие типа

John	sings.	
np	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$

$$u : np \rightarrow np \quad s \rightarrow s$$

$$u : np, np \setminus s \rightarrow s$$

$$u : np \rightarrow s / (np \setminus s)$$

Поднятие типа

John	sings.
np	$np \setminus s \rightarrow s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad s \rightarrow s}{\frac{u : np, np \setminus s \rightarrow s}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}}$$

Поднятие типа

John	sings.
np	$np \setminus s \rightarrow s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad s \rightarrow s}{u : np, P : np \setminus s \rightarrow s}$$
$$u : np \rightarrow s / (np \setminus s)$$

Поднятие типа

John sings.
 np $np \setminus s \rightarrow s$
 $s / (np \setminus s)$ $np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s}{\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow s}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}}$$

Поднятие типа

John sings.
 np $np \setminus s \rightarrow s$
 $s / (np \setminus s)$ $np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s}{\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}}$$

Поднятие типа

John sings.
 np $np \setminus s \rightarrow s$
 $s / (np \setminus s)$ $np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s}{\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s}{u : np \rightarrow \lambda P.P(u) : s / (np \setminus s)}}$$

Поднятие типа

John sings.
 np $np \setminus s \rightarrow s$
 $s / (np \setminus s)$ $np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s}{\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s}{u : np \rightarrow \lambda P.P(u) : s / (np \setminus s)}}$$

Поднятие типа

John sings.

$\text{JOHN} : np$ $\text{SING} : np \setminus s \rightarrow \text{SING}(\text{JOHN}) : s$
 $s / (np \setminus s)$ $np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s}{\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s}{u : np \rightarrow \lambda P.P(u) : s / (np \setminus s)}}$$

Поднятие типа

John

sings.

$\text{JOHN} : np$

$\text{SING} : np \setminus s \rightarrow \text{SING}(\text{JOHN}) : s$

$\lambda P.P(\text{JOHN}) : s / (np \setminus s)$

$\text{SING} : np \setminus s \rightarrow s$

$u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s$

$u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s$

$u : np \rightarrow \lambda P.P(u) : s / (np \setminus s)$

Поднятие типа

John

sings.

$\text{JOHN} : np$

$\text{SING} : np \setminus s \rightarrow \text{SING}(\text{JOHN}) : s$

$\lambda P.P(\text{JOHN}) : s / (np \setminus s)$

$\text{SING} : np \setminus s \rightarrow (\lambda P.P(\text{JOHN}))(\text{SING}) : s$

$u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s$

$\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s}{u : np \rightarrow \lambda P.P(u) : s / (np \setminus s)}$

Поднятие типа

John

sings.

$\text{JOHN} : np$

$\text{SING} : np \setminus s \rightarrow \text{SING}(\text{JOHN}) : s$

$\lambda P.P(\text{JOHN}) : s / (np \setminus s)$

$\text{SING} : np \setminus s \rightarrow \text{SING}(\text{JOHN}) : s$

$u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s$

$u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s$

$u : np \rightarrow \lambda P.P(u) : s / (np \setminus s)$

Семантика: союз «или», случай именных групп

John or Pete sings.

Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.
<i>np</i>		<i>np</i>	<i>np \ s</i>

Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.
np	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	np	$np \setminus s$

Семантика: союз «или», случай именных групп

John or Pete sings.
 np $np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$ np $np \setminus s$ $\rightarrow s$

Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.	
np		np	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN		PETE	SING	

Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.	
np	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	np	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y))$	PETE	SING	


Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.
np	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	np	$np \setminus s \rightarrow s$
JOHN	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y))$	PETE	SING $(\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y)))(PETE)(JOHN)(SING)$

Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.	
np	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	np	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y))$	PETE	SING	$SING(\text{JOHN}) \vee SING(\text{PETE})$

Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.	
np	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	np	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y))$	PETE	SING	$SING(\text{JOHN}) \vee SING(\text{PETE})$
				
$\lambda P. (P(\text{JOHN}) \vee P(\text{PETE}))$				

Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.	
np	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	np	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y))$	PETE	SING	$SING(\text{JOHN}) \vee SING(\text{PETE})$
<hr/>				
$\lambda P. (P(\text{JOHN}) \vee P(\text{PETE})) : s / (np \setminus s)$				

Поднятие типа

$$A \rightarrow B / (A \setminus B)$$

Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$A \rightarrow (B / A) \setminus B$$

Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

Важные замечания:

- ▶ $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$

Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

Важные замечания:

- ▶ $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$ (пример: “John or Pete”)

Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

Важные замечания:

- ▶ $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$ (пример: “John or Pete”)
- ▶ $B / (A \setminus B) \leftrightarrow (B / A) \setminus B$

Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

Важные замечания:

- ▶ $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$ (пример: “John or Pete”)
- ▶ $B / (A \setminus B) \leftrightarrow (B / A) \setminus B$
Формальный контрпример: $B = \{ac, bc\}$, $A = \{a\}$.

Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

Важные замечания:

▶ $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$ (пример: “John or Pete”)

▶ $B / (A \setminus B) \leftrightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример: $B = \{ac, bc\}$, $A = \{a\}$.

$$A \setminus B = \{c\}$$

Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

Важные замечания:

- ▶ $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$ (пример: “John or Pete”)
- ▶ $B / (A \setminus B) \leftrightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример: $B = \{ac, bc\}$, $A = \{a\}$.

$$A \setminus B = \{c\}$$

$$B / (A \setminus B) = \{a, b\}$$

Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

Важные замечания:

- ▶ $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$ (пример: “John or Pete”)
- ▶ $B / (A \setminus B) \leftrightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример: $B = \{ac, bc\}$, $A = \{a\}$.

$$A \setminus B = \{c\}$$

$$B / (A \setminus B) = \{a, b\} \not\subseteq A$$

Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

Важные замечания:

- ▶ $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$ (пример: “John or Pete”)
- ▶ $B / (A \setminus B) \leftrightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример: $B = \{ac, bc\}$, $A = \{a\}$.

$$A \setminus B = \{c\}$$

$$B / (A \setminus B) = \{a, b\} \not\subseteq A$$

B / A пусто

Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

Важные замечания:

- ▶ $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$ (пример: “John or Pete”)
- ▶ $B / (A \setminus B) \leftrightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример: $B = \{ac, bc\}$, $A = \{a\}$.

$$A \setminus B = \{c\}$$

$$B / (A \setminus B) = \{a, b\} \not\subseteq A$$

B / A пусто,

значит $(B / A) \setminus B$ содержит все цепочки

(„деление на ноль“)

Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

Важные замечания:

▶ $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$ (пример: “John or Pete”)

▶ $B / (A \setminus B) \leftrightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример: $B = \{ac, bc\}$, $A = \{a\}$.

$$A \setminus B = \{c\}$$

$$B / (A \setminus B) = \{a, b\} \not\subseteq A$$

B / A пусто,

значит $(B / A) \setminus B$ содержит все цепочки

(„деление на ноль“)

Сравните с $B \setminus A / C$.

Семантика: союз «и», случай именных групп

John and Pete sing.

Семантика: союз «и», случай именных групп

John and Pete sing.
 np $np \setminus np_{PL} / np$ np $np_{PL} \setminus s \rightarrow s$

Семантика: союз «и», случай именных групп

John	and	Pete	sing.	
np	$np \setminus np_{PL} / np$	np	$np_{PL} \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	AND _{np}	PETE	SING _{PL}	

Семантика: союз «и», случай именных групп

John and Pete sing.
 np $np \setminus np_{PL} / np$ np $np_{PL} \setminus s \rightarrow s$
JOHN AND_{np} PETE SING_{PL}

Синтаксическому типу np_{PL} соответствует семантический тип $D \rightarrow T$.

Семантика: союз «и», случай именных групп

John and Pete sing.
 np $np \setminus np_{PL} / np$ np $np_{PL} \setminus s \rightarrow s$
JOHN AND_{np} PETE SING_{PL}

Синтаксическому типу np_{PL} соответствует семантический тип $D \rightarrow T$.

$AND_{np}(PETE)(JOHN) = \{JOHN, PETE\}$

Семантика: союз «и», случай именных групп

John and Pete sing.
 np $np \setminus np_{PL} / np$ np $np_{PL} \setminus s \rightarrow s$
JOHN AND $_{np}$ PETE SING $_{PL}$

Синтаксическому типу np_{PL} соответствует семантический тип $D \rightarrow T$.

$AND_{np}(PETE)(JOHN) = \{JOHN, PETE\}$

$SING_{PL}(P) =$ „для всех x , для которых верно $P(x)$, верно $SING(x)$ “

Ещё один пример с союзом «и»

John sent the file to Mary and to Suzy.

Ещё один пример с союзом «и»

John sent the file
np $((np \setminus s) / pp) / np$ *np / n* *n*

to Mary and to Suzy.
pp / np *np* $(pp \setminus pp) / pp$ *pp / np* *np*

Ещё один пример с союзом «и»

John sent the file
np $((np \setminus s) / pp) / np$ *np / n* *n*

to Mary and to Suzy.
pp / np *np* $(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$ *pp / np* *np*

Ещё один пример с союзом «и»

John sent the file
np $((np \setminus s) / pp) / np$ *np / n* *n*

to Mary and to Suzy.
pp / np *np* $(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$ *pp / np* *np* $\rightarrow s$

Ещё один пример с союзом «и»

John sent the file
 np $((np \setminus s) / pp) / np$ np / n n
JOHN SENT THE FILE

to Mary and to Suzy.
 pp / np np $(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$ pp / np np $\rightarrow s$
MARY SUZY

Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np / n	n
JOHN	SENT	THE	FILE

to	Mary	and	to	Suzy.
pp / np	np	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	pp / np	$np \rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY		$\lambda y.y$	SUZY

Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np / n	n
JOHN	SENT	THE	FILE

to	Mary	and	to	Suzy.
pp / np	np	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	pp / np	$np \rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY

Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np / n	n
JOHN	SENT	THE	FILE

to	Mary	and	to	Suzy.	
pp / np	np	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	pp / np	np	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\lambda P.(P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY}))$

Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
<i>np</i>	$((np \setminus s) / pp) / np$	<i>np / n</i>	<i>n</i>
JOHN	SENT	THE	FILE

$\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN}))$

to	Mary	and	to	Suzy.	$\rightarrow s$
<i>pp / np</i>	<i>np</i>	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	<i>pp / np</i>	<i>np</i>	
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\lambda P.(P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY}))$

Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np / n	n
JOHN	SENT	THE	FILE

$\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN})) : s / pp$

to	Mary	and	to	Suzy.	
pp / np	np	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	pp / np	np	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\lambda P.(P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY})) : (s / pp) \setminus s$

Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np / n	n
JOHN	SENT	THE	FILE

$\lambda z.(\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN})) : s / pp$

to	Mary	and	to	Suzy.	
pp / np	np	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	pp / np	np	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\lambda P.(P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY})) : (s / pp) \setminus s$

Окончательно:

$(\lambda P.(P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY}))) (\lambda z.(\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN})))$

Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np / n	n
JOHN	SENT	THE	FILE

$\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN})) : s / pp$

to	Mary	and	to	Suzy.	
pp / np	np	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	pp / np	np	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\lambda P.(P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY})) : (s / pp) \setminus s$

Окончательно:

$(\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN}))) (\text{MARY}) \wedge$
 $\wedge (\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN}))) (\text{SUZY})$

Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np / n	n
JOHN	SENT	THE	FILE

$\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN})) : s / pp$

to	Mary	and	to	Suzy.	
pp / np	np	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	pp / np	np	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\lambda P. (P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY})) : (s / pp) \setminus s$

Окончательно:

$\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(MARY)(\text{JOHN}) \wedge \text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(SUZY)(\text{JOHN})$

И ещё один пример с союзом «и»

John gave the book to Ann and the record to Suzy.

И ещё один пример с союзом «и»

John gave the book to Ann and John gave the record to Suzy.

И ещё один пример с союзом «и»

John gave the book to Ann and the record to Suzy.



И ещё один пример с союзом «и»

John gave the book to Ann and the record to Suzy.



np · pp



np · pp

Умножение

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow A \quad \Pi_2 \rightarrow B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, A, B, \Delta \rightarrow C}{\Gamma, (A \cdot B), \Delta \rightarrow C} (\cdot \rightarrow)$$

Умножение

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} (\cdot \rightarrow)$$

Умножение

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} (\cdot \rightarrow)$$

Семантический тип для умножения — $A \times B$
(населён парами $\langle a, b \rangle$, где $a : A, b : B$).

Умножение

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} (\cdot \rightarrow)$$

Семантический тип для умножения — $A \times B$
(населён парами $\langle a, b \rangle$, где $a : A, b : B$).

Редукции:

- $\pi_1 \langle u, v \rangle \rightarrow u$
- $\pi_2 \langle u, v \rangle \rightarrow v$
- $\langle \pi_1 w, \pi_2 w \rangle \rightarrow w$

Умножение

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} (\cdot \rightarrow)$$

Семантический тип для умножения — $A \times B$
(населён парами $\langle a, b \rangle$, где $a : A, b : B$).

Редукции:

$$\begin{aligned}\pi_1 \langle u, v \rangle &\rightarrow u \\ \pi_2 \langle u, v \rangle &\rightarrow v \\ \langle \pi_1 w, \pi_2 w \rangle &\rightarrow w\end{aligned}$$

Умножение в знаменателе (currying):

$$(A \cdot B) \setminus C \leftrightarrow B \setminus (A \setminus C) \quad C / (A \cdot B) \leftrightarrow (C / B) / A.$$

Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

$$\frac{\Pi, x : A \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (B/A)} (\rightarrow /), \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, f : (B/A), \Pi, \Delta \rightarrow u : C} (/ \rightarrow)$$

$$\frac{x : A, \Pi \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (A \setminus B)} (\rightarrow \setminus), \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, f : (A \setminus B), \Delta \rightarrow u : C} (\setminus \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} (\cdot \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, x : A, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, \Delta \rightarrow u[x := v] : C} (\text{cut})$$

И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John gave the book to Ann

and the record to Suzy

И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
<i>np</i>	$((np \setminus s) / pp) / np$	np / n	<i>n</i>	pp / np	np

and	the	record	to	Suzy
	np / n	<i>n</i>	pp / np	np

И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np / n	n	pp / np	np
		$\underbrace{\hspace{10em}}$			
		$np \cdot pp$			

	and	the	record	to	Suzy
		np / n	n	pp / np	np
		$\underbrace{\hspace{10em}}$			
		$np \cdot pp$			

И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John gave the book to Ann
 np $((np \setminus s) / pp) / np$ np / n n pp / np np

$\underbrace{\hspace{15em}}$
 $np \cdot pp$

 and the record to Suzy
 $(np \cdot pp) \setminus (np \cdot pp) / (np \cdot pp)$ np / n n pp / np np

$\underbrace{\hspace{15em}}$
 $np \cdot pp$

И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John gave the book to Ann
 np $((np \setminus s) / pp) / np$ np / n n pp / np np
 $np \cdot pp$

 and the record to Suzy
 $(np \cdot pp) \setminus ((s / (np \cdot pp)) \setminus s) / (np \cdot pp)$ np / n n pp / np np
 $np \cdot pp$

И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John gave the book to Ann
 np $((np \setminus s) / pp) / np$ np / n n pp / np np

 and the record to Suzy
 $pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$ np / n n pp / np np

И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np / n	n	pp / np	np
JOHN	GAVE	THE	BOOK	$\lambda z.z$	ANN

	and	the	record	to	Suzy
	$pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$	np / n	n	pp / np	np
		THE	RECORD	$\lambda x.x$	SUZY

И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np / n	n	pp / np	np
JOHN	GAVE	THE	BOOK	$\lambda z.z$	ANN

and	the	record	to	Suzy
$pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$	np / n	n	pp / np	np
$\lambda y.\lambda x.\lambda z.\lambda w.\lambda R.(R(w)(z) \wedge R(y)(x))$	THE	RECORD	$\lambda x.x$	SUZY

И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np / n	n	pp / np	np
JOHN	GAVE	THE	BOOK	$\lambda z.z$	ANN

and	the	record	to	Suzy
$pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$	np / n	n	pp / np	np
$\lambda y.\lambda x.\lambda z.\lambda w.\lambda R.(R(w)(z) \wedge R(y)(x))$	THE	RECORD	$\lambda x.x$	SUZY

Собираем:

$(\lambda y.\lambda x.\lambda z.\lambda w.\lambda R.(R(w)(z) \wedge R(y)(x)))(\text{THE}(\text{RECORD}))(\text{SUZY})(\text{ANN})(\text{THE}(\text{BOOK}))$

$(\lambda p.\lambda q.(GAVE(p)(q)(\text{JOHN}))$

И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np / n	n	pp / np	np
JOHN	GAVE	THE	BOOK	$\lambda z.z$	ANN

and	the	record	to	Suzy
$pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$	np / n	n	pp / np	np
$\lambda y.\lambda x.\lambda z.\lambda w.\lambda R.(R(w)(z) \wedge R(y)(x))$	THE	RECORD	$\lambda x.x$	SUZY

Собираем:

$(\lambda p.\lambda q.(GAVE(p)(q)(JOHN))(THE(BOOK))(ANN) \wedge$
 $\wedge (\lambda p.\lambda q.(GAVE(p)(q)(JOHN))(THE(RECORD))(SUZY))$

И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np / n	n	pp / np	np
JOHN	GAVE	THE	BOOK	$\lambda z.z$	ANN

and	the	record	to	Suzy
$pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$	np / n	n	pp / np	np
$\lambda y.\lambda x.\lambda z.\lambda w.\lambda R.(R(w)(z) \wedge R(y)(x))$	THE	RECORD	$\lambda x.x$	SUZY

Собираем:

$GAVE(THE(BOOK))(ANN)(JOHN) \wedge GAVE(THE(RECORD))(SUZY)(JOHN)$

И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John gave the book to Ann
 np $np \setminus s / (np \cdot pp)$ np / n n pp / np np

$\underbrace{\hspace{15em}}$
 $np \cdot pp$

 and the record to Suzy
 $(np \cdot pp) \setminus ((s / (np \cdot pp)) \setminus s) / (np \cdot pp)$ np / n n pp / np np

$\underbrace{\hspace{15em}}$
 $np \cdot pp$

И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John gave the book to Ann
 np $np \setminus s / (np \cdot pp)$ np / n n pp / np np
 JOHN GAVE'

$\underbrace{\hspace{15em}}$
 $\langle \text{THE(BOOK), ANN} \rangle : (np \cdot pp)$

and

$(np \cdot pp) \setminus ((s / (np \cdot pp)) \setminus s) / (np \cdot pp)$ the record to Suzy
 np / n n pp / np np
 $\lambda a. \lambda b. \lambda R^{(D \times D) \rightarrow T}. (R(b) \wedge R(a))$

$\underbrace{\hspace{15em}}$
 $\langle \text{THE(RECORD), SUZY} \rangle : (np \cdot pp)$

И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
np	$np \setminus s / (np \cdot pp)$	np / n	n	pp / np	np
JOHN	GAVE'	$\underbrace{\hspace{15em}}$			
		$\langle \text{THE(BOOK), ANN} \rangle : (np \cdot pp)$			

	and	the	record	to	Suzy
	$(np \cdot pp) \setminus ((s / (np \cdot pp)) \setminus s) / (np \cdot pp)$	np / n	n	pp / np	np
	$\lambda a. \lambda b. \lambda R^{(D \times D) \rightarrow T}. (R(b) \wedge R(a))$	$\underbrace{\hspace{15em}}$			
		$\langle \text{THE(RECORD), SUZY} \rangle : (np \cdot pp)$			

Собираем:

$\text{GAVE}'(\langle \text{THE(BOOK), ANN} \rangle)(\text{JOHN}) \wedge \text{GAVE}'(\langle \text{THE(RECORD), SUZY} \rangle)(\text{JOHN})$

Пока не умеем

The girl whom John met yesterday .

Пока не умеем

The girl whom (John met yesterday).

Пока не умеем

The girl whom (John met [] yesterday).

Пока не умеем

The girl whom (John met [] yesterday).

The paper that John signed without reading .

Пока не умеем

The girl whom (John met [] yesterday).

The paper that (John signed without reading).

Пока не умеем

The girl whom (John met [] yesterday).

The paper that (John signed [] without reading []).

Пока не умеем

The girl whom (John met [] yesterday).

The paper that (John signed [] without reading []).

* The girl whom Pete likes Kate and John likes .

Пока не умеем

The girl whom (John met [] yesterday).

The paper that (John signed [] without reading []).

* The girl whom (Pete likes Kate and John likes []).

Неопределённый артикль

A cat runs.

Неопределённый артикль

A cat runs.

np/n n $np \setminus s$ $\rightarrow s$

Неопределённый артикль

A cat runs.

np/n n $np \setminus s \rightarrow s$

Синтаксически хорошо...

Неопределённый артикль

A cat runs.

np/n n $np \setminus s$ $\rightarrow s$

Синтаксически хорошо... **семантически плохо!**

Неопределённый артикль

A cat runs.

np/n n $np \setminus s$ $\rightarrow s$

Синтаксически хорошо... **семантически плохо!**

$A(\text{CAT}) : D$

Неопределённый артикль

A cat runs.

np/n n $np \setminus s$ $\rightarrow s$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 $\rightarrow np$

Синтаксически хорошо... **семантически плохо!**

$A(\text{CAT}) : D$

В D нет объекта “a cat”.

Неопределённый артикль

A cat runs.

np/n n $np \setminus s$ $\rightarrow s$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 $\rightarrow np$

Синтаксически хорошо... семантически плохо!

$A(CAT) : D$

В D нет объекта “a cat”.

Неправильная семантика: $RUN(A(CAT))$.

Неопределённый артикль

A cat runs.

$np/n \quad n \quad np \setminus s \quad \rightarrow s$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\rightarrow np}$

Синтаксически хорошо... **семантически плохо!**

$A(CAT) : D$

В D нет объекта “a cat”.

Неправильная семантика: $RUN(A(CAT))$.

Правильная семантика: $\exists x (CAT(x) \wedge RUN(x))$.

Кванторы

$$\exists : (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

$$\forall : (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

Кванторы

$$\exists : (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

$$\forall : (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

Классическая интерпретация.

Пусть $P : D \rightarrow T$. Тогда

$$\exists(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ хотя бы для одного } a;$$

$$\forall(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ для всех } a.$$

Кванторы

$$\exists : (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

$$\forall : (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

Классическая интерпретация.

Пусть $P : D \rightarrow T$. Тогда

$$\exists(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ хотя бы для одного } a;$$

$$\forall(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ для всех } a.$$

В математике вместо $\exists(P)$ или $\exists(\lambda x.P(x))$ пишут $\exists x P(x)$,
то же для \forall .

Кванторы и логические операции

$$\exists : (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

$$\forall : (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

Классическая интерпретация.

Пусть $P : D \rightarrow T$. Тогда

$$\exists(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ хотя бы для одного } a;$$

$$\forall(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ для всех } a.$$

В математике вместо $\exists(P)$ или $\exists(\lambda x.P(x))$ пишут $\exists x P(x)$,
то же для \forall .

Логические операции:

$$\text{AND} : T \rightarrow (T \rightarrow T)$$

$$\text{OR} : T \rightarrow (T \rightarrow T)$$

$$\text{NOT} : T \rightarrow T$$

Кванторы и логические операции

$$\exists : (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

$$\forall : (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

Классическая интерпретация.

Пусть $P : D \rightarrow T$. Тогда

$$\exists(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ хотя бы для одного } a;$$

$$\forall(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ для всех } a.$$

В математике вместо $\exists(P)$ или $\exists(\lambda x.P(x))$ пишут $\exists x P(x)$,
то же для \forall .

Логические операции:

$$\text{AND} : T \rightarrow (T \rightarrow T)$$

$$\text{OR} : T \rightarrow (T \rightarrow T)$$

$$\text{NOT} : T \rightarrow T \quad (\text{отрицание: } 0 \mapsto 1, 1 \mapsto 0)$$

Кванторы и логические операции

$$\exists : (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

$$\forall : (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

Классическая интерпретация.

Пусть $P : D \rightarrow T$. Тогда

$$\exists(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ хотя бы для одного } a;$$

$$\forall(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ для всех } a.$$

В математике вместо $\exists(P)$ или $\exists(\lambda x.P(x))$ пишут $\exists x P(x)$,
то же для \forall .

Логические операции:

$$\wedge : T \rightarrow (T \rightarrow T)$$

$$\vee : T \rightarrow (T \rightarrow T)$$

$$\neg : T \rightarrow T \quad (\text{отрицание: } 0 \mapsto 1, 1 \mapsto 0)$$

Неопределённый артикль и поднятие типа

A cat runs.

Неопределённый артикль и поднятие типа

A	cat	runs.
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{n \rightarrow n \quad \frac{np \setminus s \rightarrow np \setminus s \quad s \rightarrow s}{s / (np \setminus s), np \setminus s \rightarrow s}}{(s / (np \setminus s)) / n, n, np \setminus s \rightarrow s}$$

Неопределённый артикль и поднятие типа

A	cat	runs.
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s \rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT	RUN

$$\frac{n \rightarrow n \quad \frac{np \setminus s \rightarrow np \setminus s \quad s \rightarrow s}{s / (np \setminus s), np \setminus s \rightarrow s}}{\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x)) : (s / (np \setminus s)) / n, \text{CAT} : n, \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow s}$$

Неопределённый артикль и поднятие типа

A	cat	runs.
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s \rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT	RUN

$$\frac{\text{CAT} : n \rightarrow \text{CAT} : n \quad \frac{\text{RUN} : np \setminus s \rightarrow \text{RUN} : np \setminus s \quad s \rightarrow s}{s / (np \setminus s), \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow s}}{\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x)) : (s / (np \setminus s)) / n, \text{CAT} : n, \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow s}}$$

Неопределённый артикль и поднятие типа

A $(s / (np \setminus s)) / n$ $\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	cat n CAT	$runs.$ $np \setminus s \rightarrow s$ RUN
---	-----------------	--

$$\frac{CAT : n \rightarrow CAT : n \quad \lambda Q. \exists x (CAT(x) \wedge Q(x)) : s / (np \setminus s), RUN : np \setminus s \rightarrow s}{\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x)) : (s / (np \setminus s)) / n, CAT : n, RUN : np \setminus s \rightarrow s}$$

Неопределённый артикль и поднятие типа

A $(s / (np \setminus s)) / n$ $\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	cat n CAT	$runs.$ $np \setminus s \rightarrow s$ RUN
---	-----------------	--

$$\frac{CAT : n \rightarrow CAT : n \quad \frac{RUN : np \setminus s \rightarrow RUN : np \setminus s \quad \exists x (CAT(x) \wedge RUN(x)) : s \rightarrow s}{\lambda Q. \exists x (CAT(x) \wedge Q(x)) : s / (np \setminus s), RUN : np \setminus s \rightarrow s}}{\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x)) : (s / (np \setminus s)) / n, CAT : n, RUN : np \setminus s \rightarrow s}$$

Неопределённый артикль и поднятие типа

A $(s / (np \setminus s)) / n$ $\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	$cat \quad runs.$ $n \quad np \setminus s \quad \rightarrow s$ $CAT \quad RUN$
---	--

$CAT : n \rightarrow CAT : n$	$\lambda Q. \exists x (CAT(x) \wedge Q(x)) : s / (np \setminus s), RUN : np \setminus s \rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x)) : (s / (np \setminus s)) / n, CAT : n, RUN : np \setminus s \rightarrow$	
$\rightarrow \exists x (CAT(x) \wedge RUN(x)) : s$	

Отрицание

No
 $(s / (np \setminus s)) / n$

elf dies.
 $n \quad np \setminus s \rightarrow s$

Отрицание

No	elf	dies.	
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \neg (\exists x (P(x) \wedge Q(x)))$	ELF	DIE	

Отрицание

No	elf	dies.	
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \neg (\exists x (P(x) \wedge Q(x)))$	ELF	DIE	

$\neg (\exists x. (\text{ELF}(x) \wedge \text{DIE}(x)))$

Everyone

Everyone	likes	John.	
$s / (np \setminus s)$	$(np \setminus s) / np$	np	$\rightarrow s$
$\lambda P. \forall x P(x)$	LIKE	JOHN	

Everyone

Everyone	likes	John.	
$s / (np \setminus s)$	$(np \setminus s) / np$	np	$\rightarrow s$
∇	LIKE	JOHN	

Everyone

Everyone likes John.
 $s / (np \setminus s)$ $(np \setminus s) / np$ np $\rightarrow s$
 \forall LIKE JOHN

$$\frac{\frac{np \rightarrow np \quad np \setminus s \rightarrow np \setminus s}{(np \setminus s) / np, np \rightarrow np \setminus s} \quad s \rightarrow s}{s / (np \setminus s), (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}$$

Everyone

Everyone likes John.
 $s / (np \setminus s) \quad (np \setminus s) / np \quad np \quad \rightarrow s$
 $\forall \quad \text{LIKE} \quad \text{JOHN}$

$$\frac{\frac{np \rightarrow np \quad np \setminus s \rightarrow np \setminus s}{(np \setminus s) / np, np \rightarrow np \setminus s} \quad s \rightarrow s}{\forall : s / (np \setminus s), L : (np \setminus s) / np, J : np \rightarrow s}$$

Everyone

Everyone	likes	John.	
$s / (np \setminus s)$	$(np \setminus s) / np$	np	$\rightarrow s$
\forall	LIKE	JOHN	

$$\frac{J : np \rightarrow np \quad np \setminus s \rightarrow np \setminus s}{L : (np \setminus s) / np, J : np \rightarrow np \setminus s \quad s \rightarrow s}$$
$$\forall : s / (np \setminus s), L : (np \setminus s) / np, J : np \rightarrow s$$

Everyone

Everyone	likes	John.	
$s/(np \setminus s)$	$(np \setminus s)/np$	np	$\rightarrow s$
\forall	LIKE	JOHN	

$$\frac{J : np \rightarrow J : np \quad np \setminus s \rightarrow np \setminus s}{L : (np \setminus s)/np, J : np \rightarrow np \setminus s \quad s \rightarrow s}$$
$$\forall : s/(np \setminus s), L : (np \setminus s)/np, J : np \rightarrow s$$

Everyone

Everyone likes John.
 $s / (np \setminus s) \quad (np \setminus s) / np \quad np \quad \rightarrow s$
 $\forall \quad \text{LIKE} \quad \text{JOHN}$

$$\frac{J : np \rightarrow J : np \quad L(J) : np \setminus s \rightarrow np \setminus s}{L : (np \setminus s) / np, J : np \rightarrow np \setminus s \quad s \rightarrow s}$$
$$\forall : s / (np \setminus s), L : (np \setminus s) / np, J : np \rightarrow s$$

Everyone

Everyone	likes	John.	
$s / (np \setminus s)$	$(np \setminus s) / np$	np	$\rightarrow s$
\forall	LIKE	JOHN	

$$\frac{\frac{J : np \rightarrow J : np \quad L(J) : np \setminus s \rightarrow L(J) : np \setminus s}{L : (np \setminus s) / np, J : np \rightarrow L(J) : np \setminus s} \quad s \rightarrow s}{\forall : s / (np \setminus s), L : (np \setminus s) / np, J : np \rightarrow s}$$

Everyone

Everyone likes John.
 $s / (np \setminus s) \quad (np \setminus s) / np \quad np \quad \rightarrow s$
 $\forall \quad \text{LIKE} \quad \text{JOHN}$

$$\frac{J : np \rightarrow J : np \quad L(J) : np \setminus s \rightarrow L(J) : np \setminus s}{L : (np \setminus s) / np, J : np \rightarrow L(J) : np \setminus s \quad \forall(L(J)) : s \rightarrow \forall(L(J)) : s}$$

$$\forall : s / (np \setminus s), L : (np \setminus s) / np, J : np \rightarrow \forall(L(J)) : s$$

Everyone

Everyone likes John.
 $s / (np \setminus s) \quad (np \setminus s) / np \quad np \quad \rightarrow s$
 $\forall \quad \text{LIKE} \quad \text{JOHN}$

$$\frac{J : np \rightarrow J : np \quad L(J) : np \setminus s \rightarrow L(J) : np \setminus s}{L : (np \setminus s) / np, J : np \rightarrow L(J) : np \setminus s \quad \forall(L(J)) : s \rightarrow \forall(L(J)) : s}$$
$$\forall : s / (np \setminus s), L : (np \setminus s) / np, J : np \rightarrow \forall(L(J)) : s$$

В η -развёрнутой форме: $\forall(\lambda x.L(J)(x))$, или $\forall x L(J)(x)$.

Два квантора: неоднозначность

Everyone loves someone. $\rightarrow s$

$s / (np \setminus s)$ $(np \setminus s) / np$ $(s / np) \setminus s$

\forall LOVE \exists

Два квантора: неоднозначность

Everyone loves someone. $\rightarrow s$

$s / (np \setminus s)$ $(np \setminus s) / np$ $(s / np) \setminus s$

\forall LOVE \exists

$$\frac{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow s / np \quad s \rightarrow s}$$
$$\frac{np, (np \setminus s) / np, (s / np) \setminus s \rightarrow s}{(np \setminus s) / np, (s / np) \setminus s \rightarrow np \setminus s \quad s \rightarrow s}$$
$$\frac{s / (np \setminus s), (np \setminus s) / np, (s / np) \setminus s \rightarrow s}{s / (np \setminus s), (np \setminus s) / np, (s / np) \setminus s \rightarrow s}$$

$$\frac{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}{(np \setminus s) / np, np \rightarrow np \setminus s \quad s \rightarrow s}$$
$$\frac{s / (np \setminus s), (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}{s / (np \setminus s), (np \setminus s) / np, \rightarrow s / np \quad s \rightarrow s}$$
$$\frac{s / (np \setminus s), (np \setminus s) / np, (s / np) \setminus s \rightarrow s}{s / (np \setminus s), (np \setminus s) / np, (s / np) \setminus s \rightarrow s}$$

Два квантора: неоднозначность

Everyone loves someone.

$s / (np \setminus s)$ $(np \setminus s) / np$ $(s / np) \setminus s$ $\rightarrow s$

∀ LOVE ∃

$$\frac{\frac{\frac{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow s / np} \quad s \rightarrow s}{np, (np \setminus s) / np, (s / np) \setminus s \rightarrow s}}{(np \setminus s) / np, (s / np) \setminus s \rightarrow np \setminus s} \quad s \rightarrow s$$
$$\frac{}{s / (np \setminus s), (np \setminus s) / np, (s / np) \setminus s \rightarrow s}$$

∀x ∃y (LOVE(y)(x))

$$\frac{\frac{\frac{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}{(np \setminus s) / np, np \rightarrow np \setminus s} \quad s \rightarrow s}{s / (np \setminus s), (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{s / (np \setminus s), (np \setminus s) / np, \rightarrow s / np} \quad s \rightarrow s$$
$$\frac{}{s / (np \setminus s), (np \setminus s) / np, (s / np) \setminus s \rightarrow s}$$

∃y ∀x (LOVE(y)(x))