

Топология трёхмерных многообразий

Задачи к лекции 5:

Исчисление Кирби

16 марта 2023

Задача 1. Для непересекающихся замкнутых кривых $J, K \subset S^3$ (которые можно отождествить с их плоскими диаграммами) докажите, что $\text{lk}(J, K) = \text{lk}(K, J)$.

Задача 2. а) Докажите, что фундаментальные группы дополнений следующих зацеплений не изоморфны.



б) Докажите, что фундаментальные группы дополнений следующих трёхкомпонентных зацеплений изоморфны.



Задача 3. а) Докажите, что результат перестройки S^3 по тривиальному узлу с оснащением $r \in \mathbb{Q}$ гомеоморфен результату перестройки по тривиальному узлу с оснащением $\frac{1}{k + \frac{1}{r}}$ для любого $k \in \mathbb{Z}$.

б) Докажите, что результат перестройки по зацеплению Хопфа (верхний левый рисунок) с оснащениями компонент m и n гомеоморфен линзовому пространству $L(mn - 1, n)$.

Задача 4. Приведите пример замкнутого ориентируемого связного 3-многообразия, которое нельзя получить рациональной перестройкой S^3 по зацеплению, имеющему ≤ 8 компонент.