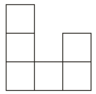
Конструирование

Задача 0. Экологи запротестовали против большого объема лесозаготовки. Председатель леспромхоза успокоил их следующим образом: “В лесу 99 процентов сосен. Будут вырубаться только сосны, и после вырубок процент сосен останется почти неизменным — сосен будет 98 процентов”. Какая часть леса отведена под вырубки? *Указание.* Число не-сосен не изменилось. Во сколько раз всех деревьев было больше чем не-сосен? А стало?

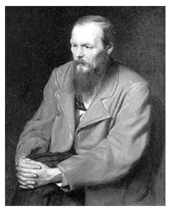


Задача 1. Имеется неограниченное число фигурок, изображенных на рисунке. Можно ли сложить из них квадрат?
Указание. Сложите сначала из них прямоугольник.

Задача 2. Какое наибольшее число трехклеточных уголков можно вырезать из клетчатого квадрата $2^{10} \times 2^{10}$?
Указание. Площадь квадрата не делится на 3, значит минимум 1 клетку придется оставить; т. е. получится не более $(2^{20} - 1)/3$ уголков. Осталось придумать, как разрезать квадрат $2^{10} \times 2^{10}$ без угловой клетки на уголки. Полезно начать с $2^2 \times 2^2$, перейти к $2^3 \times 2^3$ и т. д.

Задача 3. Можно ли замостить плоскость одинаковыми а) шестиугольниками б) пятиугольниками? *Указание.* Да. Например, правильными шестиугольниками и пятиугольниками в виде “домика с крышей”.

Задача 4. Можно ли разрезать квадрат на 2009 квадратиков? А на 2009 равных квадратиков? *Указание.* Квадрат можно разрезать на квадратную“картину” и “раму”. А раму — на $(2009 - 1)/4 = 502$ квадратик.



Задача 5. У карточного игрока Федора Михайловича совсем не осталось наличных денег, но есть еще 2009 рублей на банковском счете. К сожалению, банк разрешает производить со счетом лишь две операции: снять со счета 300 рублей или положить на счет 99 рублей. Какое максимальное количество денег может снять со счета Федор Михайлович?
Указание. Оценку дает делимость на 3. Остается придумать *пример,* в котором получается снять 2007 рублей.

Задача 6. Можно ли расположить на плоскости а) 100 отрезков б) 101 отрезок так, чтобы каждый пересекался ровно с тремя другими?
Указание. Чтобы доказать невозможность в пункте б), полезно вспомнить предыдущее занятие.

Задача 7. В XIX и XX веках Россией правили 6 царей династии Романовых. Вот их имена и отчества по алфавиту: Александр Александрович, Александр Николаевич, Александр Павлович, Николай Александрович, Николай Павлович, Павел Петрович. Один раз после брата правил брат, во всех остальных случаях — после отца сын. Как известно, последнего русского царя звали Николаем. Восстановите порядок правления царей. *Указание.* Кто мог править до Павла Петровича?

Математический кружок МЦНМО, 6 класс, занятие 21 14 марта 2009 г.

Конструирование

Задача 0. Экологи запротестовали против большого объема лесозаготовки. Председатель леспромхоза успокоил их следующим образом: “В лесу 99 процентов сосен. Будут вырубаться только сосны, и после вырубок процент сосен останется почти неизменным — сосен будет 98 процентов”. Какая часть леса отведена под вырубки? *Указание.* Число не-сосен не изменилось. Во сколько раз всех деревьев было больше чем не-сосен? А стало?

Задача 1. Имеется неограниченное число фигурок, изображенных на рисунке. Можно ли сложить из них квадрат?
Указание. Сложите сначала из них прямоугольник.

Задача 2. Какое наибольшее число трехклеточных уголков можно вырезать из клетчатого квадрата $2^{10} \times 2^{10}$?
Указание. Площадь квадрата не делится на 3, значит минимум 1 клетку придется оставить; т. е. получится не более $(2^{20} - 1)/3$ уголков. Осталось придумать, как разрезать квадрат $2^{10} \times 2^{10}$ без угловой клетки на уголки. Полезно начать с $2^2 \times 2^2$, перейти к $2^3 \times 2^3$ и т. д.

Задача 3. Можно ли замостить плоскость одинаковыми а) шестиугольниками б) пятиугольниками? *Указание.* Да. Например, правильными шестиугольниками и пятиугольниками в виде “домика с крышей”.

Задача 4. Можно ли разрезать квадрат на 2009 квадратиков? А на 2009 равных квадратиков? *Указание.* Квадрат можно разрезать на квадратную“картину” и “раму”. А раму — на $(2009 - 1)/4 = 502$ квадратик.

Задача 5. У карточного игрока Федора Михайловича совсем не осталось наличных денег, но есть еще 2009 рублей на банковском счете. К сожалению, банк разрешает производить со счетом лишь две операции: снять со счета 300 рублей или положить на счет 99 рублей. Какое максимальное количество денег может снять со счета Федор Михайлович?
Указание. Оценку дает делимость на 3. Остается придумать *пример,* в котором получается снять 2007 рублей.

Задача 6. Можно ли расположить на плоскости а) 100 отрезков б) 101 отрезок так, чтобы каждый пересекался ровно с тремя другими?
Указание. Чтобы доказать невозможность в пункте б), полезно вспомнить предыдущее занятие.

Задача 7. В XIX и XX веках Россией правили 6 царей династии Романовых. Вот их имена и отчества по алфавиту: Александр Александрович, Александр Николаевич, Александр Павлович, Николай Александрович, Николай Павлович, Павел Петрович. Один раз после брата правил брат, во всех остальных случаях — после отца сын. Как известно, последнего русского царя звали Николаем. Восстановите порядок правления царей. *Указание.* Кто мог править до Павла Петровича?

http://www.mccme.ru/circles/mccme/