

Длина, площадь, объем

Задача 0. После 7 стирок длина, ширина и высота куска мыла уменьшились вдвое. На сколько еще стирок хватит оставшегося куска. (На каждую стирку уходит одно и то же количество мыла.)

Указание. Сколько нужно маленьких кусков, чтобы сложить исходный?

Задача 1. Грузчик на складе может поднять упаковку $3 \times 3 \times 3$ литровых пакетов молока. Смогут ли три грузчика поднять упаковку $9 \times 9 \times 9$ пакетов?

Вопрос. А сколько грузчиков смогут? *Ответ.* 27.

Задача 2. а) Как изменится масса слона, если уменьшить его (по всем размерам) в 2 раза?



Указание. Сначала полезно подумать про “пиксельного” (т. е. составленного из кубиков) слона.

Ответ. Уменьшится в 8 раз. (А если уменьшать в k раз — то в k^3 раз.)

Комментарий. В частности, объем шара радиуса r есть (объем шара радиуса 1) $\cdot r^3$.

б) Что лучше: съесть два (круглых) апельсина диаметрами 4 см и 6 см или один апельсин диаметром 10 см? *Указание.* Оба маленьких уместятся внутри большого.

Задача 3. Можно ли внутри квадрата со стороной 10 см нарисовать несколько непересекающихся кругов с суммой диаметров больше 10 км?

Указание. Какой получится суммарный диаметр кругов, если разделить каждую сторону квадрата на N частей и вписать по кругу в каждую клетку? (Начните с $N = 1, 2$.)

Задача 4. Длина экватора глобуса равна 1 м. Какой у него масштаб? Какую площадь на нем имеет Россия? (Длина земного экватора равна 40 000 км; площадь России — примерно 17 000 000 км².)



Задача 5. Земной шар стянули обручем по экватору. Затем обруч удлинили на 1 м (так, что образовавшийся зазор везде одинаков). Пролезет ли под обручем кошка? *Комментарий.* По определению числа π , длина окружности радиуса r равна $2\pi r$.

Указание. Как изменился радиус обруча? *Ответ.* Вполне (получается зазор примерно в 15 см).

Задача 6. а) Какую долю площади квадрата 20×20 составляют граничные клетки? б) Какую долю объема куба $20 \times 20 \times 20$ составляют граничные клетки?

Указание. Чтобы не увязнуть в формуле включения—исключения, можно посчитать, наоборот, внутренние кубики. *Ответ.* а) 19%; б) 27,1%.

Комментарий. Видно, что с ростом размерности вклад границы становится все больше.

в) Толщина кожуры круглого арбуза — 10% от радиуса всего арбуза. Какую долю объема всего арбуза составляет кожура? *Ответ.* 27,1%.

Задача 7*. На левую чашу весов положили две круглых монеты, а на правую — еще одну, так что весы оказались в равновесии. А какая из чаш перевесит, если каждую из монет заменить шаром того же радиуса? *Комментарий.* Это задача с Турнира Ломоносова этого года.

