

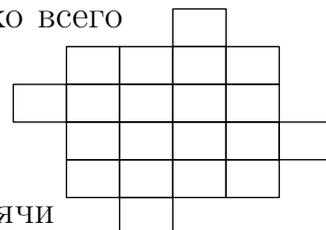
Принцип включения–исключения

Задача 1. В саду у Ани и Вити росло 2010 розовых кустов. Витя полил половину всех кустов, и Аня полила половину всех кустов. Оказалось, что ровно 3 куста, самые красивые, были политы и Аней, и Витей. Сколько кустов остались не политыми? *Ответ.* 3.

Задача 2. В школе работает драмкружок, кружок по фото и кружок по рисованию. На каждый из них ходит по 20 школьников, причем 10 школьников ходят на какие-то два кружка, а Лида на все три. Сколько всего школьников ходит на кружки? *Ответ.* 48.

Задача 3. Разрежьте фигуру справа на 4 равные части.

Комментарий. Клетки не квадратные!



Задача 4. а) Сколько натуральных чисел из первой тысячи не делится ни на 3, ни на 5? б) А ни на 2, ни на 3, ни на 5? *Ответ.* а) 533; б) 266.

Задача 5. а) В комнате постелили три ковра площади 4 каждый, так что площадь пересечения любых двух ковров равна 1 и никакая точка не покрыта тремя коврами. Какую площадь покрывают ковры? *Ответ.* $4 - 3 \cdot 1 = 1$.

б) В комнате площади 6 постелили три ковра площади 3 каждый. Докажите, что площадь пересечения каких-то двух ковров не меньше 1.

Указание. Предположим обратное. Какую площадь занимают ковры?

Ответ. $6 \geq S_{\text{ковров}} \geq 3 \cdot 3 - (S_{12} + S_{23} + S_{31})$, а сумма трех чисел меньше 1 меньше 3.

в*) В комнате площади 5 постелили девять ковров площади 1 каждый. Докажите, что площадь пересечения каких-то двух ковров не меньше $\frac{1}{9}$.

Ответ. В противном случае, $S > 9 \cdot 1 - \binom{9}{2} \cdot \frac{1}{9} = 5$.

Задача 6. Трое сумасшедших маляров принялись красить пол, каждый в свой цвет. Один успел закрасить красным 75% пола, другой зеленым 70%, третий синим 65%. Какая часть пола заведомо закрашена всеми тремя красками?

Способ 1: $45\% + 65\% - 100\% = 10\%$; *способ 2:* $(100\% - 75\%) + (100\% - 70\%) + (100\% - 65\%) = (100\% - 10\%)$.

Дополнительные задачи

Задача 7. Костя, Лёша и Тёма решили вместе 100 задач по математике. Каждый из них решил по 60 задач. Назовем задачу трудной, если ее решил только один человек, и легкой, если ее решили все трое. На сколько трудных задач было больше, чем легких?

Задача 8. На острове Невезения с населением 96 человек правительство решило провести 5 реформ. Каждой реформой недовольна ровно половина всех граждан. Гражданин выходит на митинг, если он недоволен более чем половиной всех реформ. Какое максимальное число людей правительство может ожидать на митинге?

<http://www.mccme.ru/circles/mccme/>