

Вспомогательная раскраска

Задача 0. У Маши не хватало для покупки букваря 7 копеек, а у Миши — 1 копейки. Они сложились, чтобы купить один букварь на двоих, но денег все равно не хватило. Сколько стоил букварь?

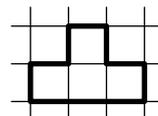
Указание. Основная идея дальше: покрасить все в шахматном порядке и посмотреть отдельно на черные и на белые клетки.

Задача 1. Имеется куб $3 \times 3 \times 3$ с вырезанным центральным кубиком. Можно ли сложить такую фигуру из «доминошек» $1 \times 1 \times 2$?

Задача 2. Кусок сыра имеет форму кубика $3 \times 3 \times 3$, из которого вырезан центральный кубик. Мышь начинает грызть этот кусок сыра, съедая по одному кубику $1 \times 1 \times 1$ и переходя в один из соседних (по грани) Сможет ли мышь съесть весь кусок сыра? *Комментарий.* Ср. с пред. задачей.

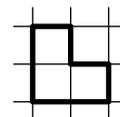
Задача 3. На каждой клетке доски 2009×2009 сидит жук. В некоторый момент все жуки перелетают на соседние (по стороне) клетки. Докажите, что после этого остается хотя бы одна пустая клетка. *Указание.* Сколько жуков было на белых клетках, а сколько на черных?

Задача 4. а) Можно ли разрезать доску 42×42 на четырехклеточные буквы «Г»? б) А доску 40×40 ? *Указание.* а) На сколько фигурок могла бы разрезаться доска? Сколько всего в них должно быть черных клеток? б) А доску 4×4 ?



Задача 5. а) Как раскрасить прямоугольник на клетчатой бумаге в 3 цвета так, чтобы в каждом прямоугольничке 1×3 были клетки всех цветов? б) Решите аналогичную задачу в пространстве. *Указание.* Можно красить по диагоналям.

Задача 6. Пете подарили набор «Юный паркетчик», состоящий из 12 прямоугольников 1×3 . Хулиган Вася заменил одну из них на уголок из трех клеток. Сможет ли Петя сложить квадрат 6×6 ?



Указание. Воспользуйтесь раскраской из предыдущей задачи.

Дополнительные задачи

Задача 7. Из стакана молока перелили одну ложку в чашку с кофе. А потом такую же ложку неоднородной смеси из чашки — обратно в стакан. Чего теперь больше: кофе в молоке или молока в кофе? *Ответ.* Поровну.

Указание. Дальше нужно выбирать подходящую раскраску (не шахматную).

Задача 8. Можно ли доску 8×8 разрезать на 15 вертикальных и 17 горизонтальных доминошек?

Задача 9. Какое наибольшее количество прямоугольников 4×1 можно вырезать из квадрата 6×6 ? *Комментарий.* Необходимо привести пример и доказать оценку.