

## Дискретная непрерывность

*Указание.* Основная идея: идти от края до края и смотреть, что происходит.

**Задача 0.** В ряд стоят 20 сапог: 10 правых и 10 левых. Докажите, что найдутся два разных сапога, стоящих рядом. *Указание.* Предположим противное. Тогда двигаясь слева направо, докажем, что все сапоги одинаковые.

**Задача 1.** Шеренга новобранцев стояла лицом к сержанту. По команде «налево» некоторые повернулись налево, некоторые — направо, а остальные — кругом. Всегда ли сержант сможет встать в строй так, чтобы с обеих сторон от него оказалось поровну новобранцев, стоящих к нему лицом? *Указание.* Мы хотим сделать нулевой разность чисел (новобранцы слева от сержанта, смотрящее вправо) и (новобранцы справа от сержанта, смотрящее влево); как она меняется при сдвиге сержанта на одно место?

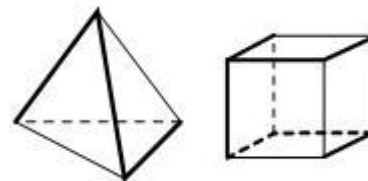
**Задача 2.** В ряд стоят 20 сапог: 10 правых и 10 левых. Верно ли, что обязательно найдутся 10 стоящих подряд сапог, среди которых правых и левых поровну? *Указание.* Если в крайнем левом десятке левых сапог больше, то в крайнем правом — меньше.



**Задача 3.** 25 чисел расставлены по кругу. Сумма любых 3 идущих подряд чисел равна одному и тому же числу. Могут ли не все числа быть одинаковыми?

*Указание.* Если  $a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3}$ , то  $a_n = a_{n+3}$ ; но 25 на 3 не делится.

**Задача 4.** а) Тетраэдр б) куб разрезали по ребрам, выделенным жирными линиями (см. рисунки) и развернули. Нарисуйте получившиеся развертки.



**Задача 5.** Белка прятала орехи. Известно, что от каждого тайника к следующему она пробежала не больше 3 м. Оказалось, что расстояние от первого тайника до последнего равно 100 м. Докажите, что найдутся два тайника, расстояние между которыми не меньше 22 и не больше 25 метров.

**Задача 6.** а) На круглом пироге 100 вишенок. Докажите, что пирог можно разрезать прямолинейным разрезом на две части с одинаковым числом вишенок, не задев вишенки ножом.

б\*) На круглом пироге 100 ягод черной смородины и 100 ягод красной смородины. Всегда ли пирог можно разрезать прямолинейным разрезом на две части с одинаковым числом ягод каждого цвета, не задев ягоды ножом? *Вопрос.* А если никакие 3 ягоды не лежат на одной прямой?

**Задача 7.** Выйдя на маршрут в 4 часа утра, альпинист Джеф Лоу к вечеру достиг пика «Свободная Корея». Переночевав на вершине, на следующий день он вышел в то же время и быстро спустился обратно по пути подъема. Докажите, что на маршруте есть такая точка, которую Лоу во время спуска и во время подъема проходил в одно и то же время суток.