

Разумный перебор. Часть 1

Задача 1. Сколькими способами число 10 можно представить в виде суммы
а) двух; б) трех целых положительных слагаемых?

(Число 3, например, можно представить в виде суммы двух слагаемых двумя способами: $3 = 2 + 1$ или $3 = 1 + 2$.)

Чтобы не запутаться, удобно группировать способы по первому числу. Ответы: а) 9; б) 36.

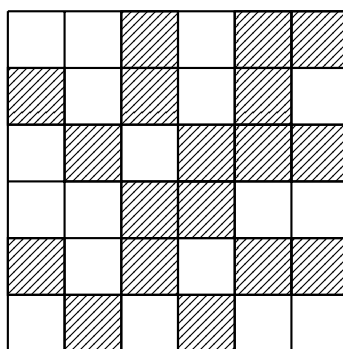
Задача 2. Квадрат 2×2 можно разрезать на доминошки из двух клеток 2 способами, прямоугольник 2×3 — 3 способами. А сколькими способами можно разрезать на доминошки прямоугольник а) 2×4 ; б) 2×5 ; в*) 2×6 ?

Чтобы не запутаться, удобно группировать разрезания по количеству горизонтальных доминошек. Для прямоугольников $2 \times N$ получаются следующие ответы.

N	1	2	3	4	5	6
# разрезаний	1	2	3	5	8	13

Хорошо видна закономерность: каждое число равно сумме двух предыдущих (например, $13 = 8 + 5$) — но как ее доказать?

Задача 3. Сколькими способами можно разрезать доску снизу на доминошки из двух клеток так, чтобы в каждой доминошке была закрашена ровно одна клетка?



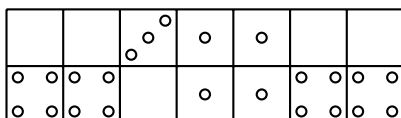
Указание: как лежит доминошка, в которую входит правый верхний угол?

Задача 4. В XIX и XX веках Россией правили 6 царей династии Романовых. Вот их имена и отчества по алфавиту: Александр Александрович, Александр Николаевич, Александр Павлович, Николай Александрович, Николай Павлович, Павел Петрович. Один раз после брата правил брат, во всех остальных случаях — после отца сын. Как известно, последнего русского царя звали Николаем. Восстановите порядок правления царей.

После кого, кстати, правил Павел Петрович?

Разумный перебор. Часть 2

Задача 5. На рисунке ниже в коробке лежат костяшки домино. Как расположены кости (т. е. как проходят границы между ними)?



Задача 6. Витя выложил из карточек с цифрами пример на сложение и затем поменял местами две карточки. Как видите, равенство нарушилось. Какие карточки переставил Витя?

$$\begin{array}{r} 314159 \\ + 291828 \\ \hline 585787 \end{array}$$

Наборы цифр, кстати, не вполне случайные: $3,14159 \approx \pi$; $2,71828 \approx e$.

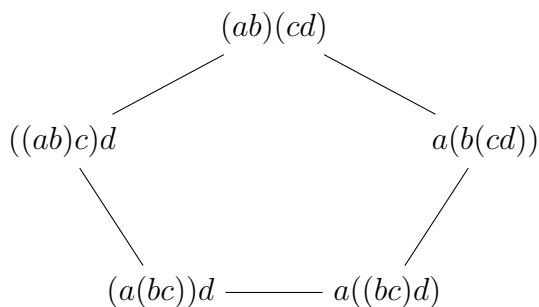
Задача 7. Альбрехт составил из первых 16 чисел магический квадрат 4×4 (т. е. так расставил эти числа в таблице 4×4 , что сумма по каждой строке, по каждому столбцу и по обеим диагоналям одна и та же).

- Чему может быть равна эта сумма?
- Приведите пример такого магического квадрата.

Такой магический квадрат присутствует на гравюре Альбрехта Дюрера «Меланхолия I».

Задача 8. Сколькими способами можно (полностью) расставить скобки в произведении а) 4 букв б) 5 букв; в*) 8 букв? (Для 3 букв таких способов два: $a(bc)$ и $(ab)c$.)

Все варианты для пункта (а) приведены на картинке ниже.



Какая, кстати, картинка могла бы соответствовать пункту (б)?..