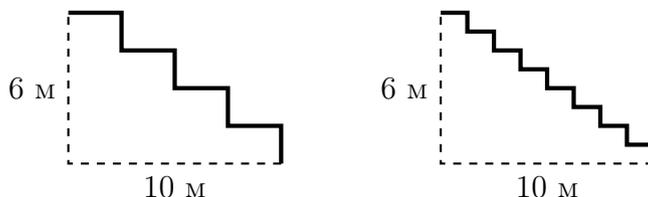


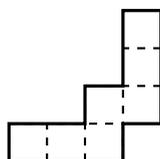
## Игры с симметрией

**Задача 0 (разминка).** Для какой из двух лестниц понадобится более длинный ковер?



В обоих случаях понадобится ровно 16 м ковра.

**Задача 1.** Разрежьте фигуру на рисунке на две равные части.



Резать надо по *оси симметрии*.

**Задача 2.** На каждом из а) двух; б) трех столов лежит по 10 монет. Двое по очереди забирают с них монеты: за ход разрешается взять любое количество монет с одного стола. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Кто (начинающий или второй) может выиграть, как бы ни играл соперник?

Если не получается решить а), полезно сначала подумать про случай, когда на обоих столах 1) по одной монете; 2) по две монеты...

а) **Симметричная стратегия:** второй выигрывает, если будет повторять ходы первого на другом столе (почему эта стратегия действительно приводит к выигрышу?).

б) **Передача хода:** первый может взять все монеты с одного из столов, после чего он оказывается *вторым* игроком в игре из предыдущего пункта.

**Задача 3.** Двое по очереди двигают ладью по шахматной доске: каждым ходом — либо вправо, либо вверх (на сколько угодно клеток). Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Кто (начинающий или второй) может выиграть, как бы ни играл соперник?

На самом деле, это брат-близнец пункта а) предыдущей задачи (почему?).

**Задача 4.** Двое по очереди ставят слонов на шахматную доску так, чтобы они не били друг друга. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Кто (начинающий или второй) может выиграть, как бы ни играл соперник?

Три кандидата на симметричную стратегию для второго игрока: отвечать симметрично ходам первого 1) относительно центра доски; 2) относительно одной из диагоналей; 3) относительно горизонтальной линии, делящей доску пополам. На самом деле, работает из них только одна — какая? почему?

**Задача 5.** У ромашки 13 лепестков. За ход разрешается сорвать либо один лепесток, либо два растущих рядом лепестка. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Кто (начинающий или второй) может выиграть, как бы ни играл соперник?

Если лепестки разбились на две одинаковые группы, разделенные пустыми местами, то тот, кого в этот момент ход, проиграл. Как одному из игроков загнать другого в такую ситуацию?

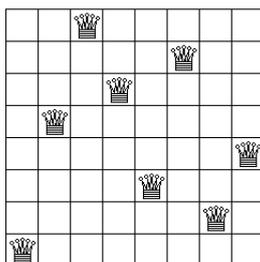
**Задача 6.** На прямоугольном торте лежит круглая шоколадка. Как одним разрезом разделить торт на две равные части так, чтобы и шоколадка тоже разделилась ровно пополам?

Нужно провести прямую через *центры симметрии* обеих фигур (прямоугольника и круга).

## Игры с симметрией (окончание)

**Задача 7.** а) Петя смог расставить на шахматной доске 8 ферзей так, чтобы они не били друг друга (см. рис.). Придумайте еще одну такую расстановку ферзей.

б) Докажите, что число способов расставить на шахматной доске 8 ферзей так, чтобы они не били друг друга, четно.



**Задача 8.** Докажите, что число способов разрезать на доминошки квадрат  $8 \times 8$  четно.

**Задача 9.** Чего больше: способов выбрать 5 предметов из 12 или способов выбрать 7 предметов из 12?

**Задача 10.** а) Найдите пять первых натуральных чисел, имеющих нечетное число делителей (в число делителей включается единица и само число).

б) Найдите сотое число, обладающее таким свойством.