

Step by step

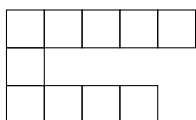
Задача 0 (разминка). У Васи было 7 картофелин, у Кирилла 5, а у Севы вообще не было. Они сварили картошку и разделили ее поровну на троих. Благодарный Сева дал Васе с Кириллом 12 конфет. Как они должны поделить их по справедливости?

Задача 1. На одной из клеток бесконечной шахматной доски стоит конь. Докажите, что он может дойти а) до соседней клетки; б) до любой клетки.

Задача 2. Лена играет на длинной лестнице, каждый раз прыгая на 3 ступеньки вверх или на 11 ступенек вниз. Докажите, что она может добраться до любой ступеньки.

Задача 3. Продолжите последовательность а) 1, 2, 4, 8, 16, 32, ...
 б) 1, 3, 6, 10, 15, 21, ... в) 1, 4, 9, 16, 25, 36, ... г) 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...
 д) 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... е*) 1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, ...

Задача 4. Можно ли из какого-нибудь числа фигурок, изображенных ниже, сложить квадрат?



Задача 5. Какое наибольшее количество трехклеточных уголков можно вырезать из доски а) 4×4 ; б) 8×8 ; в) 64×64 ?



Задача 6. Можно ли разрезать квадрат а) на 2014; б) на 2015 квадратиков?

Step by step (дополнение)

Задача 7. Маляр стоит в угловой клетке доски 8×8 . За один ход он переходит на соседнюю по стороне клетку и перекрашивает ее в противоположный цвет. Докажите, что он может покрасить доску в шахматном порядке.

Задача 8. Можно ли единицу представить в виде суммы 10 различных дробей с числителем 1?

Задача 9. Вычислите $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 99} + \frac{1}{99 \cdot 100}$.