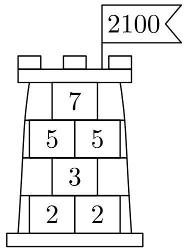
Делимость и простые множители



- ▷ Натуральное число p, отличное от 1, называется *простым*, если оно не имеет делителей кроме 1 и p.
- ▷ *Основная теорема арифметики* утверждает, что любое натуральное число может быть разложено в произведение простых, причем единственным образом.

Задача 1. Может ли произведение цифр целого числа быть равно а) 630; б) 5500; в) 2014.

Как эти числа раскладываются на простые множители?

Задача 2. Можно ли получить 10 000, перемножая два целых числа, в записи которых нет нулей?

Можно. Разложим 10 000 на простые множители: $10\,000 = 10^4 = 2^4 \cdot 5^4$. Вот $2^4 = 16$ и $5^4 = 625$ и подойдут.

Задача 3. Есть ли решения у ребуса а) АХ $\cdot$ УХ = 2001; б) АБ $\cdot$ ВГ = ДЕДЕ?

(Во всех ребусах одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным буквам — разные цифры.)

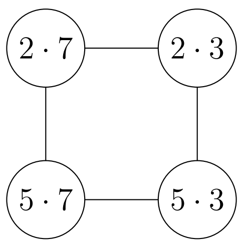
Ответ: нет. а) Как раскладывается на простые множители 2001? б) ДЕДЕ = ДЕ $\cdot$ 101.

Задача 4. а) Выпишите все простые числа, меньшие 40.

б*) Напишите программу, которая найдет все простые числа, меньшие 1000.

Для решения пункта б) полезно вспомнить (или прочитать) про *решето Эратосфена.*

Задача 5. Запишите в кружочки целые числа так, чтобы любые два числа, соединенных линией имели общий делитель (больший 1), а любые два не соединенных не имели.



Один из примеров приведен выше. В нем каждому отрезку приписано свое простое число, а в кружочек записано произведение чисел на входящих в него отрезках.

Задача 6. Выясните, на сколько нулей оканчивается десятичная запись числа а) $10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 10$; б) $100!$

Число заканчивается на столько нулей, на какую степень десятки оно делится. Т. к. 10 раскладывается на простые как $2 \cdot 5$, фактически нужно выяснить, в какой степени в разложение этих чисел на простые входит пятерка (двоек на них уж явно хватит). Для этого нужно посчитать, сколько из чисел в произведении делятся на 5, на 5^2 и т. д.

Ответ: а) на 2; б) на 24. (Контрольный вопрос: то же для числа 1000!)