

Поиск закономерностей

Задача 0 (разминка). Фрекен Бок одна съедает торт за полчаса, Малыш — за час, а Карлсон — за 5 минут. За какое время они съедят торт вместе?

Задача 1. Инопланетянин со звезды Тау Кита, прилетев на Землю в понедельник, воскликнул: «А!». Во вторник он воскликнул: «АУ!», в среду — «АУУА!», в четверг — «АУУАУААУ!». Что он воскликнет в субботу?

▷ В последовательности Фибоначчи 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... каждое число равно сумме двух предыдущих.

Задача 2. Есть ли в последовательности Фибоначчи пара стоящих рядом четных чисел? Является ли сотое число Фибоначчи четным или нечетным?

Задача 3. Дроби $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{8}$ очень близки: $\frac{2}{5} - \frac{3}{8} = \frac{1}{40}$ (поэтому «доказательство» того, что $64=65$, и выглядело так убедительно). Придумайте обобщение с другими числами Фибоначчи.

(Предупреждение: доказать общее утверждение, вероятно, не удастся.)

Задача 4. Первоклассница Маша, выходя из школы, каждый раз спускается с крыльца по лестнице из 10 ступенек. Находясь на очередной ступеньке, она может либо спуститься на следующую, либо перепрыгнуть через одну ступеньку (перепрыгнуть через две или более ступенек Маша пока не может). Сколько раз Маше нужно выйти из школы, чтобы спуститься с крыльца всеми возможными способами?

Задача 5. Чему равна сумма

а) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3}$; б) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4}$; в) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$?

Задача 6. Ниже приведены японские названия некоторых годов по традиционному восточному календарю: каното уси (1901), хиноэ ума (1966), цутиноэ ума (1978), цутиното хицудзи (1979), каное сару (1980), хиноэ тора (1986), цутиното ми (1989), мидзуноэ ума (2002), мидзуното хицудзи (2003), хиноэ ума (2026).

Когда наступит ближайший год хиноэ сару? каное тора?

