

Введение переменной

Задача 0 (разминка). У вас есть мешок (одинаковых) кирпичей и линейка. Как измерить диагональ кирпича?

Задача 1. Мальвина велела Буратино разделить число на 2, а к результату прибавить 3. Он же по ошибке умножил число на 2, а от полученного произведения отнял 3. Но ответ все равно получился правильный. Какой?

Мы бы легко решили задачу, если бы знали исходное число. Обозначим его символом x . Буратино должен был вычислить $\frac{1}{2} \cdot x + 3$, а вычислил $2 \cdot x - 3$. Раз он получил правильный ответ, $\frac{1}{2} \cdot x + 3 = 2 \cdot x - 3$. Другими словами, $(3 + 3) = (2 - \frac{1}{2}) \cdot x$, т. е. $x = 4$, а ответ 5.

Задача 2. Доктор Айболит раздал четырём заболевшим зверям 2014 чудодейственных таблеток. Кощей получил на одну таблетку больше, чем кикимора, Баба Яга на одну больше, чем Кощей, а Змей Горыныч — на одну больше, чем Баба Яга. Сколько таблеток придётся съесть Змею Горынычу?

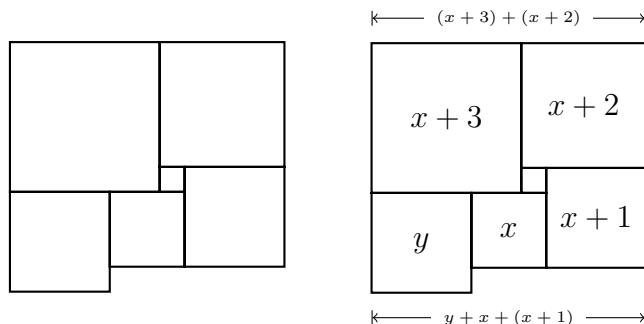
Пусть Змей Горыныч получил x таблеток. Тогда Баба Яга получила $x - 1$ таблетку, Кощей $x - 2$ таблетки, кикимора $x - 3$ таблетки. Так как всего доктор Айболит раздал 2014 таблеток, $x + (x - 1) + (x - 2) + (x - 3) = 2014$. Отсюда $4x = 2020$, т. е. $x = 505$.

Задача 3. В турнире Солнечного города по шахматам каждый из 100 участников сыграл с каждым ровно по одному разу (“турнир в один круг”). После турнира Незнайка неожиданно узнал, что за победу действительно давалось 1 очко, но за ничью давалось не $\frac{1}{2}$ очка, как он думал, а 0 очков, а за поражение — не 0 очков, а -1 . В результате Незнайка набрал в два раза меньше очков, чем ему казалось. Сколько очков набрал Незнайка?

Пусть Незнайка a партий выиграл, b свел вничью, c проиграл. Т. к. Незнайка сыграл со всеми остальными участниками, $a + b + c = 99$. Незнайка думал, что набрал $a + \frac{1}{2}b$ очков, а на самом деле набрал $a - c$ очков. То есть по условию $2(a - c) = a + \frac{1}{2}b$.

Выразим из последнего условия количество побед: $a = \frac{1}{2}b + 2c$. Подставляя это в первое уравнение, получаем, что $b = 66 - 2c$. Отсюда $a = 33 + c$, т. е. Незнайка набрал $a - c = 33$ очка.

Задача 4. Фигура на рисунке составлена из квадратов. Найдите сторону левого нижнего квадрата, если известно, что сторона самого маленького квадрата равна 1.



Обозначим сторону среднего нижнего квадрата за x . Тогда другие квадраты имеют размеры как на рисунке. Так как ширина картинке сверху и внизу одна и та же, $(x + 3) + (x + 2) = y + x + (x + 1)$. Значит, $y = 5 - 1 = 4$.

Ср. с задачей 6 занятия 3. Отметим, что стороны других квадратов найти нельзя (x может быть любым числом, большим 1).

Задача 5. Юра начертил на клетчатой бумаге прямоугольник (по клеточкам) и нарисовал на нем картину. После этого он нарисовал вокруг этого прямоугольника рамку шириной в две клетки.

- Чему равна площадь рамки, если прямоугольник имел размеры $a \times b$?
- Какие размеры могла иметь рамка, если площадь картины оказалась вдвое меньше площади рамки?

Стоит попробовать прочесть решение соответствующей задачи Математического праздника (2015.6.6) и попробовать его адаптировать под новое условие.

а) $(a + 4)(b + 4) - ab$ (полезно нарисовать картинку!). Можно раскрыть скобки — получится $4a + 4b + 16$ (как увидеть это на картинке?).

б) Условие состоит в том, что $4a + 4b + 16 = 2ab$. Сокращая на 2 получаем, что $ab - 2a - 2b = 8$. Так как $(a - 2)(b - 2) = \boxed{ab - 2a - 2b} + 4$, получившееся равенство можно переписать в виде $(a - 2)(b - 2) = 12$.

Из трех разложений числа 12 на множители ($1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$) получаются три возможных ответа.

Задача 6. На окружности отметили 40 точек и соединили каждые две отрезком. Сеня покрасил точки в два цвета. Какое наибольшее количество отрезков с концами в точках разного цвета могло получиться?

Чтобы найти *пример*, полезно рассмотреть крайние случаи: 1) все точки, кроме одной, одного цвета; 2) точек обоих цветов поровну.

В доказательстве *оценки* помогает правильный выбор переменной: пусть точек одного цвета $20 - x$, а другого $20 + x$; сколько тогда «двухцветных» отрезков?