

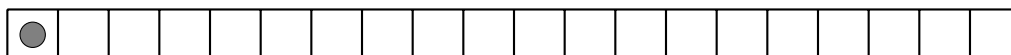
Выигрышные и проигрышные позиции

Задача 0 (разминка). Если поджечь веревку с одного конца, то она сгорит за час. Как а) отмерить 30 минут при помощи такой веревки; б) отмерить 15 минут, имея две такие веревки? (Веревки горят неравномерно — например, нельзя гарантировать, что половина веревки сгорает за 30 минут.)

▷ Во всех играх ниже играют двое, ходы делаются по очереди (пропускать ходы нельзя). Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Требуется выяснить, какой из игроков (начинающий или его соперник) может выиграть, как бы не играл другой.

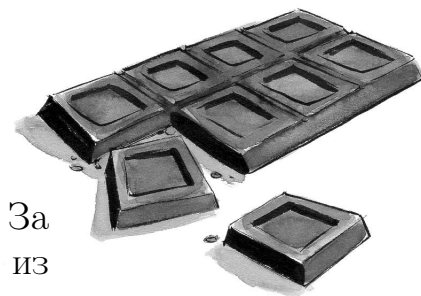
Задача 1. На столе лежат а) 12 спичек; б) 13 спичек. За ход разрешается взять 1, 2 или 3 спички.

Задача 2. В самой левой клетке полоски 1×20 стоит фишка. За ход разрешается подвинуть ее на 1, 2 или 4 клетки вправо.



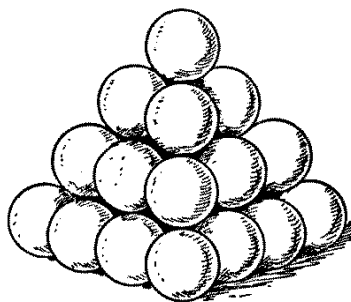
Задача 3. Ферзь стоит в клетке $c1$ шахматной доски (третьей слева клетке нижней строки). За ход разрешается сдвинуть его вверх, вправо, или вправо-вверх на любое число клеток.

Задача 4. Имеется шоколадка 5×7 . За ход разрешается сделать прямолинейный разлом (любого из имеющихся уже кусков) вдоль углубления.



Задача 5. Имеются две кучки, из 5 и из 7 камней. За ход разрешается взять либо любое число камней из одной кучки, либо поровну камней из обеих кучек.

Задача 6. а) Сколько ядер в пирамиде, изображенной ниже?
б*) А сколько ядер в аналогичной пирамиде размера n ?



Игры и стратегии (продолжение)

Задача 7. Имеются две кучки, из 20 и 21 конфеты. За ход нужно съесть одну из кучек, а другую разделить на две непустых кучки.

Задача 8. На доске написаны числа от 1 до 1000. За один ход разрешается вычеркнуть любое число вместе со всеми его делителями.

Задача 9. Мин и Макс красят забор из 20 досок. Каждый по очереди красит одну из досок в черный или белый цвет. Начинает Макс. Когда весь забор покрашен, подсчитывают число изменений цвета (границ, где черный цвет сменяется белым или наоборот). Макс хочет, чтобы это число максимизировать это число, а Мин — минимизировать. Каким будет результаты игры при оптимальных действиях обоих?

