

Подсчет двумя способами

Задача 1. В магическом квадрате натуральные числа расставлены так, что суммы чисел в каждой строке и в каждом столбце равны. А бывают ли «магические прямоугольники» 4×5 ?

Подсчитаем *сумму всех чисел* в таблице *двумя способами*. С одной стороны, если сумма чисел в каждой из 4 строк равна x , то сумма всех чисел в таблице равна $4x$. С другой стороны, если сумма чисел в каждом из 5 столбцов равна x , то также сумма равна $5x$. Полученное противоречие доказывает, что таких магических прямоугольников не бывает.

Задача 2. Средний возраст 11 игроков футбольной команды — 22 года. Во время матча один игрок получил травму и ушел с поля. Средний возраст оставшихся — 21 год. Сколько лет получившему травму?

Подсчитаем двумя способами изменение суммарного возраста игроков на площадке.

Задача 3. На кошачьей выставке каждый посетитель погладил ровно трех кошек. При этом оказалось, что каждую кошку погладили ровно два посетителя. Кого было больше: кошек или посетителей? во сколько раз?

Подсчитаем общее количество поглаживаний двумя способами. С одной стороны, если было K кошек, то всего было $2K$ поглаживаний. С другой стороны, если было Π посетителей, то всего было 3Π поглаживаний...

Задача 4. В турнире каждый из 15 шахматистов сыграл с каждым по партии. Могло ли оказаться, что каждый шахматист ровно 5 партий свел вничью?

Нет. Пусть за ничью каждый получает по очку. Суммируя эти очки по играм, получим четное число, а по игрокам — нечетное. Противоречие.

Задача 5. Четыре девочки — Катя, Лена, Маша и Нина — пели песни на концерте. Каждую песню исполняли три девочки. Катя спела 8 песен — больше, чем каждая из остальных, а Лена — 5 песен — меньше, чем каждая из остальных девочек. Сколько песен было спето?

Составим таблицу: строки — песни, столбцы — девочки, единица стоит в клетке если данная девочка исполняла данную песню. Т

Задача 6. На ребрах куба расставили числа от 1 до 12, после чего а) для каждой грани сложили числа на ее ребрах; б) для каждой вершины сложили числа на сходящихся в ней ребрах. Могли ли все найденные суммы быть одинаковыми?

б) Общая сумма всех расставленных чисел есть $1 + \dots + 12 = 13 \cdot 6 = 78$; всего у куба 8 вершин; значит, сумма чисел в каждой вершине должна быть равна $78 : 8$ — но 78 на 8 не делится. Где **ошибка** в этом «решении»?