

Подсчет ребер графа

Небесполезно вспомнить вторую половину листка 23.

Задача 1. В Тридевятом царстве 27 городов, некоторые из которых соединены дорогами. Из каждого города выходит по 4 дороги. Сколько всего дорог в тридевятом царстве?

Задача 2. Став царем Тридевятого царства, Иван-дурак повелел построить еще дорог, так чтобы из каждого города стало выходить по 5 дорог. Удастся ли подданным выполнить приказ царя Ивана XIII Мудрого?

Предположим, что у подданных все получилось. Сколько теперь в царстве дорог?

Задача 3. С тех пор, как в Тридевятом царстве завелся Соловей-разбойник, из города в город можно добраться только на ковре-самолете. Из столицы выходит 9 ковровлиний, из города Мурома — одна, а из всех остальных городов — по 8. Докажите, что из столицы можно добраться до Мурома.

Пусть из столицы до Мурома добраться нельзя. Тогда всю сеть ковровлиний в царстве можно разбить на две отдельные части. Что можно сказать про одну из них?

Задача 4. На приеме каждый из 11 послов различных государств хочет поздороваться за руку с наибольшим числом коллег; причем по правилам этикета все послы должны сделать по одинаковому числу рукопожатий. Сколько рукопожатий сможет сделать каждый посол, если послы государств Лилипутия и Блефуску не здороваются?

Посмотрев на посла Лилипутии, можно понять, что больше чем по 9 рукопожатий послам сделать не удастся. Мог ли каждый из 11 послов сделать по 9 рукопожатий?

В любом случае, кроме *оценки* необходимо и привести *пример*. Удобно строить его максимально симметричным.

Задача 5. а) У *додекаэдра* 12 пятиугольных граней, сходящихся по 3 в каждой вершине. Сколько у него вершин, ребер?

б) Вершины *икосаэдра* получаются, если взять центры граней додекаэдра. Сколько у него вершин, ребер, граней?

Что за многогранник, кстати, образуют центры граней икосаэдра?