Групповой портрет и графы

7 класс, 15.11



Перед вами известная фотография Арта Кейна «а Great Day in Harlem» (1958)¹.

На этом кадре 57 выдающихся джазовых музыкантов. На момент 15.11.2014 в живых осталось только двое.

- 1. Может ли оказаться, что каждый музыкант на этой фотографии знаком
 - а) ровно с 2 другими?
 - б) ровно с 3 другими? (подсказка: сколько рукопожатий при встрече сделали эти музыканты?)
 - в) ровно с 4 другими?
 - г) с любым нечетным числом других музыкантов?
 - д) все кроме одного знакомы с нечетным числом других музыкантов?
 - е) все кроме одного знакомы с четным числом других музыкантов?
- 2. Многие джазовые музыканты играют на нескольких музыкальных инструментах. Джон играет на пианино и саксофоне, Рей на контрабасе и вибрафоне, Стен на гитаре и трубе, Чарльз на контрабасе и пианино, Эрик на гитаре и ударных, Бен на вибрафоне и саксофоне, Арт на ударных и трубе. Как раздать музыкантам по инструменту, чтобы каждый умел на своем играть? Сколько решений имеет задача?
- **3.** Оказалось, что в одном джазовом нонете² все музыканты получают за концерт разные гонорары: каждый получает целое число от 1 до 9 долларов. Можно ли расставить этих музыкантов по кругу так, чтобы сумма гонораров соседей не делилась ни на 3, ни на 5, ни на 7?
- **4.** Докажите, что в любом секстете³ найдутся либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых музыкантов.

На фото справа изображен один из участников группового фото, William James «Count» Basie⁴ (21.08.1904 — 26.04.1984), известный пианист, композитор, руководитель оркестра. Его прозвище «каунт» переводится как «граф».

- **5.** Музыканты в оркестре Каунта Бейси хотят расположить в пространстве 7 саксофонов так, чтобы каждый касался ровно трех других. Смогут ли они это сделать?
- **6.** Каунт Бейси планирует зарубежное турне своего оркестра. В стране, куда его пригласили, столица соединена авиалиниями с 21 городом, город Мемфис с одним, все остальные города с 20 городами. Сможет ли оркестр прилететь из столицы в Мемфис (возможно, с пересадками)?

¹ http://en.wikipedia.org/wiki/A_Great_Day_in_Harlem_(photograph)

² нонет - музыкальный коллектив из девяти человек

³ секстет - музыкальный коллектив из шести человек

⁴ ознакомиться с творчеством Каунта Бейси можно, например, здесь: http://music.yandex.ru/artist/31