

Чётные прогулки по Москве

Задача 1. Княжна Марья совершила прогулку по Страстному Монастырю¹, во время которой она подсчитала, что всего арок a , а колоколов b . А потом заметила, что $a \cdot b \cdot (a + b) = 1917$. Могло ли такое быть?

▷ Какой четности вообще могло получиться число вида $a \cdot b \cdot (a + b)$?

Задача 2. Кирилл решил посещать в течение месяца следующие музеи изобразительного искусства:

- Третьяковская Галерея на Лаврушенском; стоимость одного билета: 1 рубль;
- Третьяковская Галерея на Крымском Валу; стоимость одного билета: 3 рубля;
- ГМИИ им. Пушкина; стоимость одного билета: 5 рублей;

На всё это Кирилл выделил 25 рублей. В итоге он 10 раз сходил в какой-нибудь музей, мог ли он в результате потратить все деньги?



Страстной монастырь.



Пятницкая улица во время наводнения 1908 года.

Задача 3. Иван, купив себе одну ватрушку, вышел из своей любимой булочной и решил прогуляться по одной из сторон ул. Пятницкая.

Во время прогулки Иван заходил в каждую булочную, из тех, что попадались ему на пути и покупал там а) одну; б) любое нечётное количество ватрушек. После чего он выходил из булочной и шёл в любом направлении улицы. Докажите, что Иван приобрел чётное количество ватрушек, если он вернулся в ту булочную, откуда он начал свою прогулку, и купил там ватрушку.

Задача 4. Уличный фокусник предлагает участие в конкурсе: на столе стоят семь перевернутых стаканов, разрешается одновременно переворачивать любые два стакана. Для победы надо добиться того, чтобы стаканы стояли правильно. Можно ли выиграть в таком конкурсе?

Задача 5. Василий зашёл в книжный магазин МЦНМО и увидел там книжку про один необычный язык. В нём были всего два звука: «у» и «ы».

Лингвист В. А. Торопитский достоверно установил, что два слова на этом языке имеют одинаковое значение, если одно из другого получается одной из этих операций:

- пропуска и идущих подряд звуков «уы» или «ууыы»;
- добавления в любом месте слова звуков «ыу»;

Помогите Василию понять означают ли слова «уыу» и «ыуы» одно и то же?

Задача 6. А вот Сергей решил остаться дома: чтобы не заскучать он начал считать свои пальцы от большого до мизинца. Досчитав до 5, он продолжил в обратном направлении. Таким образом большой палец стал девятым. Потом он опять продолжил счет в обратную сторону, досчитав до 1861, он остановился. На каком пальце?

Задача 7. Группа школьников, отправляющихся на экскурсию в Политехнический Музей, построилась парами друг за другом. При этом оказалось, что в каждой колонне стоит поровну мальчиков и девочек, а число пар, в которых стоят девочка и мальчик, равна числу остальных пар. Докажите, что число школьников в группе делится на 8.

¹Страстной монастырь был основан в 1654 году царем Алексеем Михайловичем на месте встречи москвичами у ворот Белого города Страстной иконы Божией Матери, по которой он и получил свое название. Снесен в 1937 году в ходе реконструкции Москвы. Ныне на месте монастыря — памятник А. С. Пушкину.