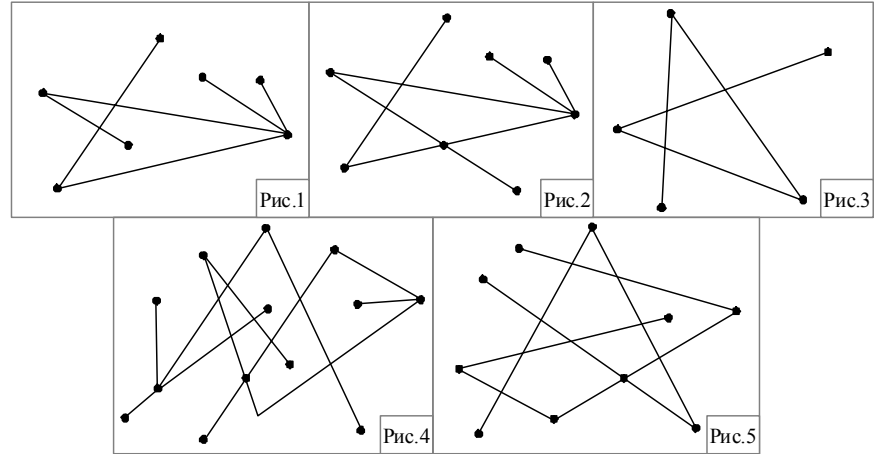




№1, THE LARCH



Определение 1. Граф называется связным если из любой его вершины по ребрам можно прийти до любой другой.

Определение 2. Деревом называется связный граф без циклов.

Теорема (свойства деревьев):

- а) В дереве с n вершинами ровно $n-1$ ребро.
- б) Если в связном графе $n-1$ ребро, то это – дерево.

0. Перерисуйте приведенные выше графы так, чтобы ребра пересекались только в вершинах. Какие из них являются деревьями?
1. В некоторой стране 30 городов, причем каждый соединен с каждым дорогой. Какое наибольшее число дорог можно закрыть на ремонт так, чтобы по оставшимся дорогам из каждого города можно было проехать в каждый?
2. В графе все вершины имеют степень 3. Докажите, что в нем есть цикл.
3. В доску вбито 2014 гвоздей. Кирилл и Василий играют в игру, делая ходы по очереди. За ход можно соединить два еще не соединенных между собой гвоздя ниткой. Начинает Кирилл. Кто выиграет при правильной игре, если получивший замкнутую цепь а) проигрывает; б) выигрывает?
4. Можно ли раскрасить ребра куба в синий и красный цвета так, чтобы ребра каждого цвета образовывали связный граф, проходящий по всем вершинам?
5. Каждая грань кубика разбита на 4 квадрата. Некоторые стороны этих квадратов раскрасили в красный цвет — всего 26 сторон. Докажите, что на поверхности кубика найдется замкнутая ломаная из красных отрезков.
6. Журналист встретил группу из n туристов. Журналист знает, что один из туристов шпион – сам знает всех, а его никто не знает. Журналист может спросить любого человека, знает ли он другого человека. Все отвечают правду. За какое минимальное число вопросов журналист может вычислить шпиона?