

Простые и древние греки

▷ *Простыми* называются такие положительные натуральные числа p , что они имеют ровно два различных натуральных делителя. (Эти делители p и 1).

Остальные натуральные числа (кроме 1) называются составными.

Эратосфен Киренский (276 год до н. э.—194 год до н. э.) — греческий математик, астроном, географ, филолог и поэт. Глава Александрийской библиотеки. Первый известный ученый, доказавший, что Земля имеет форму шара.

Задача 1. Решето Эратосфена – один из самых известных способов получения простых чисел. Для начала выпишите все числа от 2 до 50.

- Обведите первое незачеркнутое число в кружок;
- Зачеркните все остальные числа, делящиеся на обведенное;
- Повторите!

Объясните, почему полученные числа в кружках, будут простыми.

Задача 2. Поэт Гомер сочинил эпос, состоящий из нескольких песен, причем в каждой было по 450 строф. Могло ли в сумме у него выйти простое количество строф?

Задача 3. Спартанские цари Еврисфен и Прокл решили собрать войско для похода. Царь Еврисфен получил предсказание: «Только если число мужей в войске будет делителем 1950, то поход будет удачным».

Аналогичное предсказание получил и царь Прокл, только в его версии число мужей должно было быть делителем 2400. Какое наибольшее войско могли собрать спартанцы, чтобы быть уверенными в успешности похода?

УКАЗАНИЕ. Наибольший общий делитель целых чисел a и b обозначается как $\text{НОД}(a, b)$.

Задача 4. Найдите а) $\text{НОД}(5, 10)$; б) $\text{НОД}(2, 1991)$; в) $\text{НОД}(18, 27)$; г) $\text{НОД}(a, a + 1)$.

Задача 5. Пенелопа соткала прямоугольный кусок ткани размером 324×186 , ночью она уменьшала его таким способом: распускала квадраты со стороны, совпадающей с меньшей стороной прямоугольника до тех пор, пока это возможно, после чего повторяла ту же операцию с оставшимся прямоугольным куском ткани. С наступлением зари выяснилось, что указанным способом больше распустить ткань нельзя. Какого размера получилось полотно у Пенелопы?

Задача 6. а) Посейдон прогневался и решил уменьшить число в предсказании Проклу до $2400 - 1950$, докажите, что число наибольшее возможное количество мужей не уменьшилось.

б) Афина решила помочь спартанцам и изменила в предсказании Еврисфену число с 1950 на $2400 + 1950$, могло ли число мужей возрасти?



Евклид – математик, живший в районе 300-х годов до н. э., наиболее известен благодаря своему фундаментальному научному трактату «Начала», где он изложил планиметрию и стереометрию. Вообще Алгоритм Евклида придумал Аристотель, но:

Задача 7 (Алгоритм Евклида). Пусть $b \geq a$.

а) НОД не меняется при замене пары (a, b) на пару $(a; b - a)$

б) Таким образом, $\text{НОД}(a; b) = \text{НОД}(a; r)$, где r – остаток от деления b на a .

в) Сформулируйте алгоритм нахождения наибольшего общего делителя двух чисел.

УКАЗАНИЕ. Делением с остатком числа b на число a называется представление $b = aq + r$, при $0 \leq r < b$. Число r называется остатком, а q частным.

▷ Два числа называются *взаимно простыми*, если их НОД равен 1.

Задача 8. Царь Еврисфей в качестве 13-ого задания предложил Гераклу посчитать $\text{НОД}(\underbrace{11 \dots 1}_{100}, \underbrace{11 \dots 1}_{15})$. Помогите ему совершить 13-ый подвиг!