

Занятие 5.

Теорема 1. (обратная теореме Пифагора) Если в треугольнике сумма квадратов двух сторон равна квадрату третьей стороны, то треугольник прямоугольный.

Пример. В треугольнике ABC ($AB=5$, $BC=12$, $AC=13$) проведена медиана BM . Найдите BM .

Теорема 2. Любая точка биссектрисы угла равноудалена от сторон угла. Если точка равноудалена от сторон угла, то она лежит на биссектрисе угла.

Задача 1. Докажите, что в треугольнике биссектрисы пересекаются в одной точке.

Задача 2. В треугольнике ABC проведена биссектриса угла A и биссектрисы внешних углов при вершинах B и C . Докажите, что они пересекаются в одной точке.

Задача 3. В треугольнике высота и медиана, проведенные из одной вершины, делят угол на три равные части. Докажите, что треугольник прямоугольный.

Задача 4. На каждой стороне правильного треугольника взято по точке. Стороны треугольника с вершинами в этих точках перпендикулярны сторонам исходного треугольника. В каком отношении каждая из взятых точек делит сторону исходного треугольника?

Задача 5. а) Внутри квадрата $ABCD$ взята точка M так, что треугольник AMB равносторонний. Найдите $\angle MCD$. б) Внутри квадрата $ABCD$ взята точка M так, что $\angle MAB = 60^\circ$, $\angle MCD = 15^\circ$. Найдите $\angle MBC$.

Задача 6*. В треугольнике ABC угол B равен 20° , угол C равен 40° . Биссектриса AD равна 2. Найдите разность сторон $BC-AB$.

Задача 7*. Сторона AD прямоугольника $ABCD$ в три раза больше стороны AB . Точки M и N делят AD на три равные части. Найдите $\angle AMB + \angle ANB + \angle ADB$.

Занятие 5.

Теорема 1. (обратная теореме Пифагора) Если в треугольнике сумма квадратов двух сторон равна квадрату третьей стороны, то треугольник прямоугольный.

Пример. В треугольнике ABC ($AB=5$, $BC=12$, $AC=13$) проведена медиана BM . Найдите BM .

Теорема 2. Любая точка биссектрисы угла равноудалена от сторон угла. Если точка равноудалена от сторон угла, то она лежит на биссектрисе угла.

Задача 1. Докажите, что в треугольнике биссектрисы пересекаются в одной точке.

Задача 2. В треугольнике ABC проведена биссектриса угла A и биссектрисы внешних углов при вершинах B и C . Докажите, что они пересекаются в одной точке.

Задача 3. В треугольнике высота и медиана, проведенные из одной вершины, делят угол на три равные части. Докажите, что треугольник прямоугольный.

Задача 4. На каждой стороне правильного треугольника взято по точке. Стороны треугольника с вершинами в этих точках перпендикулярны сторонам исходного треугольника. В каком отношении каждая из взятых точек делит сторону исходного треугольника?

Задача 5. а) Внутри квадрата $ABCD$ взята точка M так, что треугольник AMB равносторонний. Найдите $\angle MCD$. б) Внутри квадрата $ABCD$ взята точка M так, что $\angle MAB = 60^\circ$, $\angle MCD = 15^\circ$. Найдите $\angle MBC$.

Задача 6*. В треугольнике ABC угол B равен 20° , угол C равен 40° . Биссектриса AD равна 2. Найдите разность сторон $BC-AB$.

Задача 7*. Сторона AD прямоугольника $ABCD$ в три раза больше стороны AB . Точки M и N делят AD на три равные части. Найдите $\angle AMB + \angle ANB + \angle ADB$.