

## Занятие 10.

*Метод крайнего.* В решении некоторых задач помогает рассмотрение «исключительного» объекта - это могут быть наибольшее или наименьшее число, самая левая точка, самая верхняя из самых правых окружностей и т.п.

**Пример 1.** По кругу записаны 100 чисел. Известно, что каждое число равно среднему арифметическому своих соседей. Докажите, что все числа равны.

**Пример 2.** На столе лежат одинаковые монеты без наложений. Докажите, что найдется монета, которая касается не более трех других.

**Пример 3.** Можно ли на плоскости расположить 1000 отрезков так, чтобы каждый отрезок обоими концами упирался строго внутрь других отрезков?

**Задача 1.** Девять цифр: 1, 2, 3, ..., 9 выписаны в некотором порядке (так что получилось девятизначное число). Рассмотрим все тройки цифр, идущих подряд, и найдём сумму соответствующих семи трёхзначных чисел. Каково наибольшее возможное значение этой суммы?

**Задача 2.** На окружности записаны 57 чисел, каждое из которых равно модулю разности двух следующих за ним по часовой стрелке. Сумма всех чисел равна 1. Найдите эти числа и порядок их следования по окружности.

**Задача 3.** В каждой клетке шахматной доски записано число. Оказалось, что любое число равно среднему арифметическому чисел, записанных в соседних по стороне клетках. Докажите, что все числа равны.

**Задача 4.** а) Дано шесть натуральных чисел. Все они различны и дают в сумме 22. Найти эти числа и доказать, что других нет. б) Тот же вопрос про 100 чисел, дающих в сумме 5051.

**Задача 5.** На столе лежат произвольные монеты без наложений. Докажите, что найдется монета, которая касается не более пяти других.

**Задача 6.** На доску выписаны 2015 чисел. Известно, что сумма каждых трёх выписанных чисел также является выписанным числом. Сколько нулей может быть среди выписанных чисел?

**Задача 7.** Докажите, что числа от 1 до 16 можно записать в строку, но нельзя записать по кругу так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была квадратом натурального числа.

## Занятие 10.

*Метод крайнего.* В решении некоторых задач помогает рассмотрение «исключительного» объекта - это могут быть наибольшее или наименьшее число, самая левая точка, самая верхняя из самых правых окружностей и т.п.

**Пример 1.** По кругу записаны 100 чисел. Известно, что каждое число равно среднему арифметическому своих соседей. Докажите, что все числа равны.

**Пример 2.** На столе лежат одинаковые монеты без наложений. Докажите, что найдется монета, которая касается не более трех других.

**Пример 3.** Можно ли на плоскости расположить 1000 отрезков так, чтобы каждый отрезок обоими концами упирался строго внутрь других отрезков?

**Задача 1.** Девять цифр: 1, 2, 3, ..., 9 выписаны в некотором порядке (так что получилось девятизначное число). Рассмотрим все тройки цифр, идущих подряд, и найдём сумму соответствующих семи трёхзначных чисел. Каково наибольшее возможное значение этой суммы?

**Задача 2.** На окружности записаны 57 чисел, каждое из которых равно модулю разности двух следующих за ним по часовой стрелке. Сумма всех чисел равна 1. Найдите эти числа и порядок их следования по окружности.

**Задача 3.** В каждой клетке шахматной доски записано число. Оказалось, что любое число равно среднему арифметическому чисел, записанных в соседних по стороне клетках. Докажите, что все числа равны.

**Задача 4.** а) Дано шесть натуральных чисел. Все они различны и дают в сумме 22. Найти эти числа и доказать, что других нет. б) Тот же вопрос про 100 чисел, дающих в сумме 5051.

**Задача 5.** На столе лежат произвольные монеты без наложений. Докажите, что найдется монета, которая касается не более пяти других.

**Задача 6.** На доску выписаны 2015 чисел. Известно, что сумма каждых трёх выписанных чисел также является выписанным числом. Сколько нулей может быть среди выписанных чисел?

**Задача 7.** Докажите, что числа от 1 до 16 можно записать в строку, но нельзя записать по кругу так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была квадратом натурального числа.