Занятие 11.

Идея раскраски. Говорят, что фигура раскрашена в N цветов, если каждая из ее точек покрашена ровно в один из этих цветов, при этом не всегда в этой раскраске есть какая-то закономерность. Обычно раскраски, которые можно просто описать, как к примеру раскраску доски 8×8 в шахматном порядке (т.е. в 2 цвета), помогают при решении задач.

Пример 1. Из доски 8×8 вырезали две противоположные угловые клетки. Докажите, что оставшуюся фигуру нельзя разрезать на «домино» из двух клеток.

Пример 2. Плоскость раскрашена в два цвета. Докажите, что найдутся две точки одного цвета на расстоянии 2015.

Задача 1. Можно ли все клетки доски 57×57 обойти конем по одному разу и вернуться в исходную клетку?

Задача 2. Можно ли замостить доску 10×10 прямоугольниками 4×1?

Задача 3. Дан куб $6 \times 6 \times 6$. Найдите максимально возможное число параллелепипедов $4 \times 1 \times 1$, которые можно поместить в этот куб без пересечений.

Задача 4. Можно ли замостить доску 6×6 клеток полосками из трех клеток и одним уголком из трех клеток?

Задача 5. 100 гномов жили в 100 домах. Однажды они все одновременно переехали. (И до, и после переезда в каждом доме живет ровно один гном.) Докажите, что дома можно раскрасить в три цвета так, чтобы у каждого гнома цвет его дома отличался от того, в котором он жил до переезда.

Задача 6. Клетки шахматной доски 10×10 раскрашены в 4 цвета так, что в любом квадрате 2×2 все клетки разного цвета. Докажите, что угловые клетки доски раскрашены в разные цвета.

Задача 7. У Пети есть 1000 одинаковых кубиков, у каждого из которых одна пара противоположных граней белая, вторая – синяя, третья – красная. Он собрал из них большой куб $10 \times 10 \times 10$, прикладывая кубики друг к другу одноцветными гранями. Докажите, что у большого куба есть одноцветная грань.

Математический кружок МЦНМО. 8 класс. 13 декабря 2014

Занятие 11.

Идея раскраски. Говорят, что фигура раскрашена в N цветов, если каждая из ее точек покрашена ровно в один из этих цветов, при этом не всегда в этой раскраске есть какая-то закономерность. Обычно раскраски, которые можно просто описать, как к примеру раскраску доски 8×8 в шахматном порядке (т.е. в 2 цвета), помогают при решении задач.

Пример 1. Из доски 8×8 вырезали две противоположные угловые клетки. Докажите, что оставшуюся фигуру нельзя разрезать на «домино» из двух клеток.

Пример 2. Плоскость раскрашена в два цвета. Докажите, что найдутся две точки одного цвета на расстоянии 2015.

Задача 1. Можно ли все клетки доски 57×57 обойти конем по одному разу и вернуться в исходную клетку?

Задача 2. Можно ли замостить доску 10×10 прямоугольниками 4×1?

Задача 3. Дан куб $6 \times 6 \times 6$. Найдите максимально возможное число параллелепипедов $4 \times 1 \times 1$, которые можно поместить в этот куб без пересечений.

Задача 4. Можно ли замостить доску 6×6 клеток полосками из трех клеток и одним уголком из трех клеток?

Задача 5. 100 гномов жили в 100 домах. Однажды они все одновременно переехали. (И до, и после переезда в каждом доме живет ровно один гном.) Докажите, что дома можно раскрасить в три цвета так, чтобы у каждого гнома цвет его дома отличался от того, в котором он жил до переезда.

Задача 6. Клетки шахматной доски 10×10 раскрашены в 4 цвета так, что в любом квадрате 2×2 все клетки разного цвета. Докажите, что угловые клетки доски раскрашены в разные цвета.

Задача 7. У Пети есть 1000 одинаковых кубиков, у каждого из которых одна пара противоположных граней белая, вторая – синяя, третья – красная. Он собрал из них большой куб $10 \times 10 \times 10$, прикладывая кубики друг к другу одноцветными гранями. Докажите, что у большого куба есть одноцветная грань.