Математический кружок МЦНМО. 8 класс. 7 марта 2015

Занятие 20. Письменное.

Задача 1. Найдите хотя бы одно целочисленное решение уравнения $a^2b^2 + a^2 + b^2 + 1 = 2005$.

Задача 2. Клетчатый бумажный квадрат 8×8 согнули несколько раз по линиям клеток так, что получился квадратик 1×1. Его разрезали по отрезку, соединяющему середины двух противоположных сторон квадратика. На сколько частей мог при этом распасться квадрат?

Задача 3. Высоты AA' и BB' треугольника ABC пересекаются в точке H. Точки X и Y - середины отрезков AB и CH соответственно. Доказать, что прямые XY и $A'B'$ перпендикулярны.

Задача 4. По кругу расставлены 2005 натуральных чисел. Доказать, что найдутся два соседних числа такие, что после их выкидывания оставшиеся числа нельзя разбить на две группы с равной суммой.

Задача 5. Разрезать круг на несколько равных частей так, чтобы центр круга не лежал на границе хотя бы одной из них.

Задача 6. На плоскости даны 2005 точек (никакие три из которых не лежат на одной прямой). Каждые две точки соединены отрезком. Тигр и Осёл играют в следующую игру. Осёл помечает каждый отрезок одной из цифр, а затем Тигр помечает каждую точку одной из цифр. Осёл выигрывает, если найдутся две точки, помеченные той же цифрой, что и соединяющий их отрезок, и проигрывает в противном случае. Доказать, что при правильной игре Осёл выиграет.

LXXVIII МОСКОВСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА для 8–11 классов пройдёт в воскресенье, 15 марта 2015 года.

Математический кружок МЦНМО. 8 класс. 7 марта 2015

Занятие 20. Письменное.

Задача 1. Найдите хотя бы одно целочисленное решение уравнения $a^2b^2 + a^2 + b^2 + 1 = 2005$.

Задача 2. Клетчатый бумажный квадрат 8×8 согнули несколько раз по линиям клеток так, что получился квадратик 1×1. Его разрезали по отрезку, соединяющему середины двух противоположных сторон квадратика. На сколько частей мог при этом распасться квадрат?

Задача 3. Высоты AA' и BB' треугольника ABC пересекаются в точке H. Точки X и Y - середины отрезков AB и CH соответственно. Доказать, что прямые XY и $A'B'$ перпендикулярны.

Задача 4. По кругу расставлены 2005 натуральных чисел. Доказать, что найдутся два соседних числа такие, что после их выкидывания оставшиеся числа нельзя разбить на две группы с равной суммой.

Задача 5. Разрезать круг на несколько равных частей так, чтобы центр круга не лежал на границе хотя бы одной из них.

Задача 6. На плоскости даны 2005 точек (никакие три из которых не лежат на одной прямой). Каждые две точки соединены отрезком. Тигр и Осёл играют в следующую игру. Осёл помечает каждый отрезок одной из цифр, а затем Тигр помечает каждую точку одной из цифр. Осёл выигрывает, если найдутся две точки, помеченные той же цифрой, что и соединяющий их отрезок, и проигрывает в противном случае. Доказать, что при правильной игре Осёл выиграет.

LXXVIII МОСКОВСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА для 8–11 классов пройдёт в воскресенье, 15 марта 2015 года.