

## Занятие 25.

**Пример 1.** Доказать, что: а)  $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$ ; б)  $C_{n+1}^k = C_n^k + C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^{k-2}$ .

**Пример 2.** Доказать, что коэффициент при  $x^{n-k}y^k$  в выражении  $(x+y)^n$  равен  $C_n^k$ .

**Бином Ньютона.**  $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^{n-k} y^k = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} y + \dots + C_n^{n-1} x y^{n-1} + C_n^n y^n$ .

**Задача 0.** Запишите первые 10 строк треугольника Паскаля.

**Задача 1.** Какое число стоит в 30-ой строке на 4-ом месте? Сколько различных чисел в 19-ой строке?

**Задача 2.** Чему равна сумма всех чисел в  $n$ -ой строке треугольника Паскаля?

**Задача 3.** Докажите, что наибольшие числа сочетаний в данной строке лежат в центре.

**Задача 4.** Чему равно  $19^5 + 5 \cdot 19^4 \cdot 11 + 10 \cdot 19^3 \cdot 11^2 + 10 \cdot 19^2 \cdot 11^3 + 5 \cdot 19 \cdot 11^4 + 11^5$ ?

**Задача 5.** Докажите, что а)  $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 0$ ; б)  $C_1^1 + C_2^1 + C_3^1 + \dots + C_n^1 = C_{n+1}^2$ ;  
в)  $C_2^2 + C_3^2 + C_4^2 + \dots + C_n^2 = C_{n+1}^3$ ; г)  $C_k^k + C_{k+1}^k + C_{k+2}^k + \dots + C_n^k = C_{n+1}^{k+1}$ .

*Указание:* Воспользуйтесь треугольником Паскаля.

**Задача 6.** Пете подарили 6 солдатиков. Сколькими способами он может покрасить несколько из них, если одного солдатика можно красить только в один цвет, а цветов у него 9.

**Задача 7.** Доказать, что в выражении  $(a+b+c)^n$  коэффициент при  $a^i b^j c^k$  ( $i+j+k=n$ ) равен  $\frac{n!}{i!j!k!}$ .

**Задача 8\*.** Доказать, что  $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$ .

## Занятие 25.

**Пример 1.** Доказать, что: а)  $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$ ; б)  $C_{n+1}^k = C_n^k + C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^{k-2}$ .

**Пример 2.** Доказать, что коэффициент при  $x^{n-k}y^k$  в выражении  $(x+y)^n$  равен  $C_n^k$ .

**Бином Ньютона.**  $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^{n-k} y^k = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} y + \dots + C_n^{n-1} x y^{n-1} + C_n^n y^n$ .

**Задача 0.** Запишите первые 10 строк треугольника Паскаля.

**Задача 1.** Какое число стоит в 30-ой строке на 4-ом месте? Сколько различных чисел в 19-ой строке?

**Задача 2.** Чему равна сумма всех чисел в  $n$ -ой строке треугольника Паскаля?

**Задача 3.** Докажите, что наибольшие числа сочетаний в данной строке лежат в центре.

**Задача 4.** Чему равно  $19^5 + 5 \cdot 19^4 \cdot 11 + 10 \cdot 19^3 \cdot 11^2 + 10 \cdot 19^2 \cdot 11^3 + 5 \cdot 19 \cdot 11^4 + 11^5$ ?

**Задача 5.** Докажите, что а)  $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 0$ ; б)  $C_1^1 + C_2^1 + C_3^1 + \dots + C_n^1 = C_{n+1}^2$ ;  
в)  $C_2^2 + C_3^2 + C_4^2 + \dots + C_n^2 = C_{n+1}^3$ ; г)  $C_k^k + C_{k+1}^k + C_{k+2}^k + \dots + C_n^k = C_{n+1}^{k+1}$ .

*Указание:* Воспользуйтесь треугольником Паскаля.

**Задача 6.** Пете подарили 6 солдатиков. Сколькими способами он может покрасить несколько из них, если одного солдатика можно красить только в один цвет, а цветов у него 9.

**Задача 7.** Доказать, что в выражении  $(a+b+c)^n$  коэффициент при  $a^i b^j c^k$  ( $i+j+k=n$ ) равен  $\frac{n!}{i!j!k!}$ .

**Задача 8\*.** Доказать, что  $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$ .