

Последнее занятие.

Определение 1. *Многогранником (трехмерным)* называется конечный набор многоугольников в пространстве, такой, что:

- Каждая сторона любого из многоугольников есть одновременно сторона только одного другого многоугольника, называемого смежным с первым по этой стороне;
- От любого из многоугольников, составляющих многогранник, можно дойти до любого из них, переходя к смежному с ним, а от этого, в свою очередь, к смежному с ним, и т. д.

Многоугольники называются *гранями*, их стороны - *ребрами*, а точки - *вершинами* многогранника.

Примеры. (на доске) Пирамиды, тетраэдр, параллелепипед, прямоугольный параллелепипед, призма.

Определение 2. *Выпуклым многогранником* называется многогранник, который лежит по одну сторону относительно плоскости каждой грани.

Определение 3. Выпуклый многогранник называется *правильным*, если все его грани - одинаковые правильные многоугольники и в каждой вершине сходится одинаковое число ребер.

Примеры. (на доске) Правильный тетраэдр, куб, октаэдр.

Определение 4. *Диагональю* выпуклого многогранника называется отрезок, соединяющий две вершины многогранника и не лежащей на его грани.

Задача 1. Приведите пример выпуклого многогранника с одной диагональю.

Задача 2. Приведите пример выпуклого многогранника с двумя диагоналями.

Задача 3. Верно ли, что существует выпуклый многогранник с любым числом диагоналей?

Задача 4. а) В правильном тетраэдре соединили центры смежных граней отрезками. Какой многогранник получился? б) Тот же вопрос про куб и октаэдр.

Задача 5. Грани выпуклого многогранника – подобные треугольники. Докажите, что многогранник имеет две пары равных граней.

Задача 6. В одной из вершин куба сидит заяц, но охотникам он не виден. Три охотника стреляют залпом, при этом они могут поразить любые три вершины куба. Если они не попадают в зайца, то до следующего залпа заяц перебегает в одну из трёх соседних (по ребру) вершин куба. Укажите, как стрелять охотникам, чтобы обязательно попасть в зайца за четыре залпа.

Задача 7. Докажите, что в выпуклом многограннике есть две грани с одинаковым числом сторон.

Задача 8. а) Постройте правильный многогранник (который называется додекаэдром), если известно, что все его грани - правильные пятиугольники, а в каждой вершине сходятся три ребра. б) Сколько у него вершин, ребер, граней? в) Теперь соедините центры его смежных граней ребрами. Сколько вершин, ребер, граней у полученного правильного многогранника (который называется икосаэдром)?