

## Делимость

- ▷ Число делится на 2, 5 или 10 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на, соответственно, 2, 5 или 10.
- ▷ Число делится на 3 или 9 тогда и только тогда, когда его сумма цифр делится, соответственно, на 3 или 9.
- ▷ Число делится на 11 тогда и только тогда, когда его знакопеременная сумма цифр делится на 11.

**Задача 1.** Как проверить, делится ли число на 6? 15? 18?

**Задача 2.** а) Разобьем цифры числа на группы по три (начиная с единиц) и запишем знакопеременную сумму получающихся чисел. Докажите, что исходное число делится на 7 тогда и только тогда, когда на 7 делится получившаяся сумма. (Например, число 111 333 999 делится на 7, так как  $999 - 333 + 111$  делится на 7.)

б) Найдите признаки делимости на 99 и 101.

**Задача 3.** Знайка перемножил все числа от 1 до 2015. У полученного числа он посчитал сумму цифр, затем посчитал сумму цифр результата, и так далее, пока не получил число, состоящее из одной цифры. Какое?

**Задача 4.** Незнайка хвастался своими выдающимися способностями умножать в уме. Один коротышка написал на бумажке длинное число и предложил Незнайке перемножить его цифры. «1540», — немедленно выпалил Незнайка. «Ты неправ», — сказал проходивший мимо Знайка. Как он обнаружил ошибку, не зная исходного числа?



## Делимость (продолжение)

**Задача 0.** После того, как Наташа съела половину персиков из банки, уровень компота понизился на одну треть. На какую часть (от полученного уровня) понизится уровень компота, если съесть половину оставшихся персиков?

**Задача 6.** Делится ли число  $\underbrace{11\dots11}_{27 \text{ единиц}}$  на 27?

**Задача 7.** а) Маша раскладывала яйца по корзинам. Сначала она попробовала разложить их поровну по 2 корзинам, но одно яйцо осталось лишним. Потом она попробовала разложить их поровну по 3 или 4 корзинам — и снова каждый раз одно яйцо оказывалось лишним. Сколько яиц могло быть у Маши?

б) Генерал построил солдат в колонну по 4, но при этом рядовой Полевой остался лишним. Тогда генерал построил солдат в колонну по 5. И снова Полевой остался лишним. Когда же и в колонне по 6 Полевой оказался лишним, генерал посулил ему наряд вне очереди, после чего в колонне по 7 Полевой нашел себе место и никого лишнего не осталось. Какое наименьшее количество солдат могло быть у генерала?

**Задача 8.** Могут ли 100 идущих подряд чисел все быть составными?

