

Доли

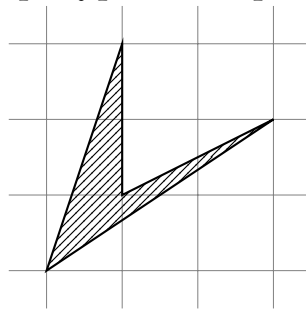
- Д (4). Вода при замерзании увеличивается на $\frac{1}{9}$ часть своего объёма. На какую часть своего объёма уменьшится лёд при обратном превращении в воду?
- Д (8). Было у отца 5 сыновей и мешок конфет. Старший подошел и взял $\frac{1}{5}$ всех конфет и еще 2, следующий взял $\frac{1}{5}$ оставшегося и еще 4, следующий — $\frac{1}{5}$ оставшегося и еще 6, четвертый по старшинству взял $\frac{1}{5}$ оставшегося и еще 8, а самому младшему ничего не досталось. Сколько конфет было в мешке?
- Д (12). Чтобы испечь 100 блинов, маме требуется 30 минут, а Ане — 40 минут. Андрюша готов съесть 100 блинов за час. Мама с Аней пекут блины без остановки, а Андрюша непрерывно их поедает. Через какое время после начала этого процесса на столе окажется ровно 100 блинов?
- Д (16). Купец случайно перемешал конфеты первого сорта (по 3 руб. за фунт) и конфеты второго сорта (по 2 руб. за фунт). По какой цене надо продавать эту смесь, чтобы выручить ту же сумму, если известно, что первоначально общая стоимость всех конфет первого сорта была равна общей стоимости всех конфет второго сорта?
- Д (20). Отец завещал наследство трём своим сыновьям и больнице. Если бы первый сын получил свою долю и долю больницы, то его доля равнялась бы доле двух других сыновей, вместе взятых. Если бы второй сын получил свою долю и долю больницы, то его доля была бы вдвое больше доли двух других сыновей, вместе взятых. Если бы третий сын получил свою долю и долю больницы, то его доля была бы втрое больше доли двух других, вместе взятых. Какова доля каждого?

Фигуры

Ф (4). На какое максимальное число частей можно разрезать торт 3 прямыми разрезами ?

Ф (8). Нарисуйте два пятиугольника так, чтобы у них были одни и те же вершины, но не было ни одной общей стороны.

Ф (12). Найдите площадь фигуры на картинке.



Ф (16). Какое наибольшее количество точек самопересечения может иметь замкнутая ломаная, в которой 7 звеньев?

Ф (20). Сколькими способами можно разрезать по линиям сетки квадрат 5×5 с вырезанной центральной клеткой на две равные части?

Числа

Ч (4). Вычислите $-1 + 3 - 5 + 7 - \dots - 49$?

Ч (8). Сколько чисел от 1 до 100 не делятся ни на 5, ни на 7?

Ч (12). Найдите все трехзначные числа, которые в 12 раз больше суммы своих цифр.

Ч (16). Решите ребус $\text{ЛЕТО} + \text{ЛЕС} = 2016$

Ч (20). Дано число $123456789101112\dots$. Какие цифры стоят на 2015 и 2016 местах?

Логика

- Л (4).** Иван Иванович купил собаку. Саша думает, что эта собака - черный пудель. Паша считает ее белой болонкой, а Маша - белым бультерьером. Известно, что каждый из ребят верно угадал либо породу, либо цвет шерсти собаки. Назовите породу собаки и цвет ее шерсти.
- Л (8).** Один из пяти братьев испек маме пирог. Андрей сказал: «Это Витя или Толя». Витя сказал: «Это сделал не я и не Юра». Толя сказал: «Вы оба шутите». Дима сказал: «Нет, один из них сказал правду, а другой — нет». Юра сказал: «Нет, Дима, ты не прав». Мама знает, что трое из ее сыновей всегда говорят правду. Кто испек пирог?
- Л (12).** На планете Куб (разумеется, имеющей форму куба) каждой гранью владеет правдолюб (который всегда говорит правду) или лжец (который всегда врет). Каждый из них утверждает, что не менее трех его соседей лжецы. Сколько правдолюбов и сколько лжецов могут владеть гранями планеты?
- Л (16).** Однажды в одной комнате находилось несколько жителей острова, на котором живут только рыцари и лжецы. Трое из них сказали по две фразы. Первый: «Нас тут не больше трех человек. Все мы лжецы». Второй: «Нас тут не больше четырех человек. Не все мы лжецы.» Третий: «Нас тут пятеро. Трое из нас лжецы.» Сколько в комнате человек и сколько среди них лжецов?
- Л (20).** В забеге участвовало 100 человек, причём никакие двое не прибежали одновременно. Каждого спросили, каким он прибежал, и каждый дал ответ от 1 до 100. Сумма всех ответов оказалась 4000. Какое наименьшее число ложных утверждений может быть?

Комбинаторика

- К (4).** В математическом кружке 20 участников. На дом задали некоторое количество задач. Получилось так, что каждую задачу решили 2 участника, а каждый участник решил 3 задачи. Сколько было задач?
- К (8).** В мешке у Деда Мороза лежат конфеты трех видов: шоколадные, ириски и леденцы. Дед Мороз знает, что если вынуть любые 100 конфет из мешка, то среди них обязательно найдутся конфеты всех трех видов. Какое наибольшее количество конфет может быть в мешке у Деда Мороза?
- К (12).** Покрасьте клетки квадрата 5×5 в белый и голубой цвета так, чтобы в любом квадрате 3×3 белых было больше, а в любом квадрате 4×4 больше было голубых.
- К (16).** На гранях кубика расставлены числа от 1 до 6. Кубик бросили два раза. В первый раз сумма чисел на четырех боковых гранях оказалась равна 12, во второй – 15. Какое число написано на грани, противоположной той, где написано число 3?
- К (20).** 30 студентов с пяти курсов придумали 40 задач для олимпиады (каждый – хотя бы одну), причем однокурсники придумали одинаковое количество задач, а студенты с разных курсов – разное. Сколько студентов придумали по одной задаче?