

Инварианты

Задача 1. На столе стоят 16 стаканов, один из которых перевернут доннышком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?

Задача 2. В пещере живет а) 2015-головая; б) 2016-головая гидра. Геракл за один раз может срубить 10 или 7 голов. Если он срубит 10 голов, то у гидры вырастет 7 новых, а если 7, то 16 новых голов. Если в какой-то момент у гидры не остается ни одной головы, то она погибает. Может ли Геракл победить гидру?



Задача 3. В каждой из клеток таблицы стоит либо знак «+», либо знак «-». За ход разрешается заменить в одной строке или одном столбце все знаки на противоположные. Можно ли получить таблицу из одних плюсов из следующих таблиц?

а)

+	+	+	+
+	-	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+

б)

+	-	+
-	+	-
+	-	+

в)

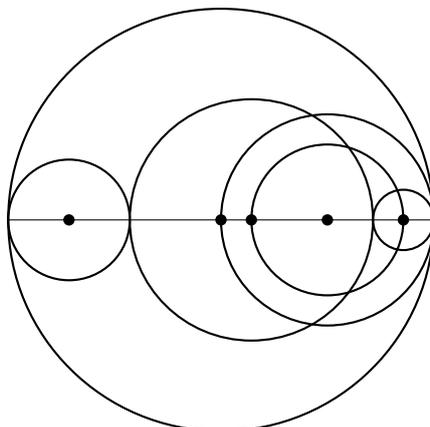
+	+	+
+	-	+
+	+	+

г)

-	+	+	-
+	+	+	+
+	+	+	+
-	+	+	-

Решив эту задачу, можно попытаться найти критерий: из каких таблиц можно получить таблицу из одних плюсов, а из каких нельзя?

Задача 4. Шесть окружностей расположили на плоскости как на рисунке (центры окружностей отмечены, все они лежат на одной прямой). Известно, что диаметр правой (самой маленькой) окружности равен 2. Какой радиус имеет самая левая из внутренних окружностей?



Инварианты (продолжение)

Задача 5. Даны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Разрешается к любым двум из них прибавлять по 1. Можно ли при помощи таких операций сделать все числа равными?

Задача 6. На 44 елках, растущих в ряд через равные промежутки, сидят 44 веселых чижа, на каждой елке — по чижу. Если какой-то чиж перелетает с одной елки на другую, то какой-то другой чиж обязательно перелетает на столько же метров в противоположном направлении. Могут ли все чижи собраться на одной елке?

Задача 7. Тот же вопрос, что в прошлой задаче, если елки стоят по кругу.