

## Вспомогательная раскраска

**Задача 0.** Доска  $5 \times 5$  разрезана на доминошки (прямоугольники  $2 \times 1$ ) и одну клетку. Где может располагаться эта клетка?

**Задача 1.** Из шахматной доски  $8 \times 8$  вырезали два противоположных угла. Можно ли такую испорченную доску разрезать на доминошки?

**Задача 2.** На каждой клетке доски  $99 \times 99$  сидит жук. В некоторый момент каждый жук перелетает в соседнюю (по стороне) клетку. Докажите, что после этого останется хотя бы одна пустая клетка.

**Задача 3.** а) Как покрасить доску  $6 \times 6$  в три цвета так, чтобы в любом прямоугольнике  $1 \times 3$  содержались все три цвета?

б) Васе подарили набор «Юный паркетчик», состоящий из 12 прямоугольников  $3 \times 1$ . Хулиган Кирилл заменил один из них на уголок из трех клеток. Сможет ли Вася сложить квадрат  $6 \times 6$ ?

в) Доска  $8 \times 8$  разрезана на 21 прямоугольник  $3 \times 1$  и одну клетку. Где может располагаться эта клетка?

**Задача 4.** Шахматный конь начал свой путь в левом нижнем углу шахматной доски и побывал в каждой клетке ровно по одному разу. Мог ли он закончить свой путь в правом верхнем углу?

**Задача 5.** Можно ли разрезать доску  $10 \times 10$  на четырехклеточные буквы «Г»?

**Задача 6.** Можно ли разрезать квадрат  $10 \times 10$  на полосы  $1 \times 4$ ?

**Задача 7.** На доске  $10 \times 10$  для «Морского боя» стоит 4-палубный корабль (прямоугольник  $1 \times 4$ ). Какое наименьшее число выстрелов необходимо сделать, чтобы заведомо в него попасть?

**Задача 8.** В каждой клетке доски  $9 \times 9$  сидит по гусенице. В некоторый момент каждая гусеница переползает в соседнюю *по диагонали* клетку. Докажите, что после этого останется по крайней мере 9 свободных клеток.