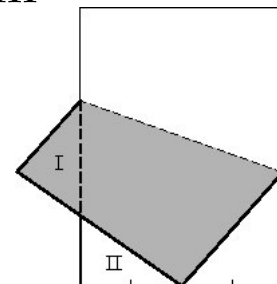


## Формула включений-исключений

**Задача 0.** Прямоугольный лист бумаги согнули, совместив вершину с серединой противоположной короткой стороны. Оказалось, что треугольники I и II равны. Найдите длинную сторону прямоугольника, если короткая равна 8.



**Задача 1.** После работы Арман в случайное время оказывается на автобусной остановке, откуда ходят два автобуса: 10 везет домой, а 15 к Сереже. Какой первый приходит, на таком Арман и едет. Оказалось, что в гостях у Сережи Арман бывает в два раза чаще, чем дома. Значит ли это, что 15 автобус ходит в два раза чаще, чем 10, если они всегда ходят по расписанию?

**Задача 2.** Ученики 8 класса решали две задачи. В конце занятия учитель составил четыре списка: I – решивших первую задачу, II – решивших только одну задачу, III – решивших по крайней мере одну задачу, IV – решивших обе задачи. Какой из списков самый длинный? Могут ли два списка совпадать по составу? Если да, то какие?

**Задача 3.** Из четырёх неравенств  $2x > 70$ ,  $x < 100$ ,  $4x > 25$  и  $x > 5$  два истинны и два ложны. Найдите значение  $x$ , если известно, что оно целое.

**Задача 4.** В классе все увлекаются математикой или биологией. Сколько человек в классе, если математикой занимаются 15 человек, биологией – 20, а математикой и биологией – 10?

## Формула включений-исключений

**Задача 5.** В летнем лагере 70 ребят. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 ребят из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок, и хор. Сколько ребят не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке?

**Задача 6.** Сколько существует целых чисел от 1 до 1000000, которые не являются ни полным квадратом, ни полным кубом, ни четвёртой степенью?

**Определение 1.** Мощность множества  $A$  — количество элементов в нём. Обозначается  $|A|$ .

**Задача 7.** Дано множество  $N$  из  $n$  элементов. а) Вспомните, что такое мощность множества. Какова мощность  $u$  множества  $N$ ? б) Арман составил новое множество, элементами которого стали подмножества множества  $N$  из двух элементов. Какова мощность нового множества? в) А если Арман брал подмножества множества  $N$  из трех элементов? г) Арман составил множество всех подмножеств множества  $N$ . Какова его мощность?

УКАЗАНИЕ. Если трудно, попробуйте решать задачу на частном примере. Например,  $n = 10$ .

**Задача 8 (Формула включений-исключений).** Выразите мощность множества объединения а) двух б) трёх в)  $n$  множеств через их мощности и мощности множеств их частичных пересечений.

УКАЗАНИЕ. Например для двух множеств получится формула

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|.$$