

Доказательства от противного

- ▷ *Отрицанием* к утверждению А называется такое утверждение В, которое верно всегда, когда не верно А.

Задача 0. Запишите отрицания к следующим утверждениям:

- а) Все школьники после кружка играют в футбол.
- б) На кружке всегда можно найти хотя бы одну девочку.
- в) Если на улице холодно, то преподаватели кружка носят шапку.
- г) Алина любит петь только по утрам.

Задача 0. На балу все дамы танцевали первый тур вальса при этом каждый военный танцевал с блондинкой. Докажите, что каждая брюнетка танцевала первый тур вальса со штатским.

Задача 1. Можно ли разложить 44 шарика на 9 кучек так, чтобы количество шариков в разных кучках было различным?

Задача 2. На матбое сражались школьники 57й и 179й школ. Суммарное количество решённых задач у пятисемиотов оказалось больше суммарного количества решённых задач у их противников, а суммарное количество задач, решённых девочками оказалось больше суммарного количества решённых задач у мальчиков. Обязательно ли на встрече была девочка из 57й?

Задача 3. В классе 30 человек. Паша обычно ошибается больше всех. На последней контрольной он сделал 13 ошибок. Докажите, что какие-то три ученика сделали одинаковое количество ошибок.

Задача 4. Остров имеет форму квадрата размером 4×4 км. На этом острове есть 15 горячих источников. Докажите, что на острове есть квадратный участок площадью 1 км^2 , на котором нет ни одного горячего источника.

Задача 5. а) По кругу лежит 15 котов двух цветов. Докажите, что найдутся два соседних кота одного цвета.

б) За круглым столом сидят 25 мальчиков и 25 девочек. Докажите, что у кого-то из сидящих за столом оба соседа — мальчики.

Задача 6. Натуральные числа от 1 до 2013 выписали в ряд, некоторым образом переставили, а затем от каждого числа отняли номер места, на котором оно стоит. Могли ли все получившиеся разности оказаться нечётными числами?