

Последовательности

Задача 0 (пример на доске). а) Выведите следующий член последовательности, б) найдите формулу n -го члена последовательности, в) найдите 10-й член последовательности: 1, 2, 6, 24, 120...

Задача 1. Найдите следующий член последовательности:

а) 1, 12, 23, 34, 45, __ б) 1, 4, 9, 16, 25, __

в) 5, 8, 11, 14, 17, __ г) 4, 8, 16, 32, 64, __

д) 1, 8, 27, 64, 125, __ е) 6, -6, -18, -30, -42, __

Задача 2. Вставьте пропущенные члены последовательности 102, 105, 111, 114, 120, 123, 129, __, __, __, __, __, 201, 204.

Задача 3. Сформулируйте правило, по которому построена последовательность, и найдите, на каком месте стоит число:

а) 6 в последовательности 1.5, 1.65, 1.8, 1.95, ...

б) 28 в последовательности 1, 1.9, 2.8, 3.7, ...

в) 465 в последовательности 0, 1, 3, 6, 10, ...

▷ Научимся считать суммы последовательностей. Маленький Гаусс, например, умел считать такую сумму: $S = 1 + 2 + \dots + (n - 1) + n$ для любого n .

Повторим его рассуждения: запишем эту последовательность в обратном порядке и сложим с исходной:

$$\begin{array}{l} S = 1 + 2 + \dots + n \\ + S = n + \dots + 2 + 1 \end{array}, \text{ откуда получаем } S = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}.$$
$$2S = n \cdot (n + 1)$$

Задача 4. Вычислите суммы:

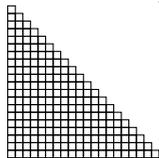
а) $2 + 4 + 6 + \dots + 98 + 100$,

б) $\frac{1}{3} + \frac{2}{6} + \frac{3}{9} + \dots + \frac{98}{294} + \frac{99}{297}$,

в) $(1 - \frac{1}{16}) + (1 - \frac{2}{16}) + \dots + (1 - \frac{14}{16}) + (1 - \frac{15}{16})$.

Задача 5. Перед входом в крепость сложена треугольная пирамида из одинаковых пушечных ядер (в основании пирамиды равносторонний треугольник, ядра последующего слоя лежат в ямках предыдущего). Как меняется количество ядер на каждом более нижнем этаже, если на верхушке всего одно ядро?

Задача 6. Площадь равнобедренного прямоугольного треугольника составляет половину площади квадрата с такой же стороной. А какова площадь «пиксельного» (составленного из единичных квадратов) равнобедренного прямоугольного треугольника со стороной 20?



- ▷ Площадь пиксельного треугольника со стороной n называется n -м *треугольным числом*.

Задача 7. Найдите сумму двух последовательных треугольных чисел.

Задача 8. Докажите “теорему сложения треугольных чисел”: $T_{n+m} = T_n + T_m + nm$.