

Полуинварианты

Задача 0. Изначально конь стоит на клетке А1 шахматной доски. Сможет ли он за 20 ходов добраться до а) Н8? б) А8? (А1 — белая)

Задача 1. Набор чисел a, b, c каждую секунду заменяется на $a+b-c, b+c-a, c+a-b$. В начале имеется набор чисел 2018, 2019, 2020. Может ли через некоторое время получиться набор 2018, 2019, 2021?

Задача 2. Хулиган Глеб порвал стенгазету, причём каждый кусок он разрывал либо на 4, либо на 10 частей. Если после перемены на полу нашли 2018 обрывков, удастся ли склеить всё обратно?

▷ Средним арифметическим чисел a и b называют $\frac{a+b}{2}$, а средним гармоническим $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$.

Задача 3. На доске написаны числа 1 и 2. Каждую субботу Костя пишет вместо них среднее арифметическое и среднее гармоническое. Найдите произведение чисел через 333 субботы. (попробуйте преобразовать формулу среднего гармонического)

Задача 4. У Веры и Тани есть шоколадка 2019×2019 . За один ход каждая девочка может разломить один из уже имеющихся кусочков на две части. Проигрывает тот, кто не может сделать своего хода. Кто победит, если первая начинает Таня?

Задача 5. По весне белка затеяла разбор запасов. В двух дуплах у неё лежат по 9 орехов. За один ход белка может убрать из любого дупла 1 орех или убрать 1 орех из дупла левого дерева и, будучи не в силах противостоять инстинктам, положить 9 орехов в правое. Докажите, что уборка рано или поздно закончится.

Задача 6. На n ёлках сидят n чижей, на каждой ёлке — по чижу. Ёлки растут в ряд с интервалами в 10 метров. Если какой-то чиж перелетает с одной ёлки на другую, то какой-то другой чиж обязательно перелетает на столько же метров, но в обратном направлении. Могут ли все чижи собраться на одной ёлке, если а) $n = 6$? б) $n = 7$?

Задача 7*. N клеток белой таблицы 11×11 покрашены в чёрный цвет. Каждую минуту каждая белая клетка, которая граничит по стороне хотя бы с двумя чёрными, тоже становится чёрной (а чёрные клетки всегда остаются чёрными). Через некоторое время оказалось, что вся таблица стала полностью чёрной. Какое наименьшее значение могло принимать N ?

