

Поиск узких мест, порция 2

Задача 1. 7 грибников собрали вместе 100 грибов, причём каждый собрал разное количество. Докажите, что какие-то 3 грибника собрали вместе не менее 50 грибов.

Задача 2. Три кузнечика играют в чехарду. За каждый ход один из них может перепрыгнуть через другого, но не через двух. Могут ли они оказаться на прежних местах после 2019 ходов?

Задача 3. а) Шахматная доска разбита на домино. Докажите, что какая-то пара домино образует квадратик 2×2 .

б) Можно ли покрыть шахматную доску доминошками, так чтобы свободными остались только клетки $a1$ и $h8$?

Задача 4. Решите ребус $Я + ОН + ОН + ОН + ОН + ОН + ОН + ОН = МЫ$ (как обычно, разные буквы означают разные цифры, одинаковые – одинаковые).

Задача 5. Существуют ли четыре числа, попарные разности между которыми равны 2, 2, 3, 4, 5 и 6?

Задача 6. На доске выписаны числа от 1 до 20. За ход разрешает между любыми соседними числами написать знак - плюс или минус. Если результатом будет чётное число, то выиграл первый игрок, если нечётное, то второй. Кто может выиграть и при каких условиях?

Задача 7. Может ли число $n!$ оканчиваться РОВНО на пять нулей? (! - это факториал. $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$)

Задача 8. Можно ли на клетчатой бумаге обвести по линиям сетки два квадрата так, чтобы площадь первого была ровно вдвое меньше площади второго?

Задача 9. В одной из школ 20 раз проводился кружок по астрономии. На каждом занятии присутствовало ровно 5 школьников, причём никакие 2 школьника не встречались на кружке более одного раза. Докажите, что всего на кружке побывало не менее 20 школьников.

Задача 10. На конгресс собрались учёные, среди которых есть друзья. Оказалось, что любые 2 из них, имеющие на конгрессе равное число друзей, не имеют общих друзей. Докажите, что найдётся учёный, который имеет ровно одного друга из числа участников конгресса.

