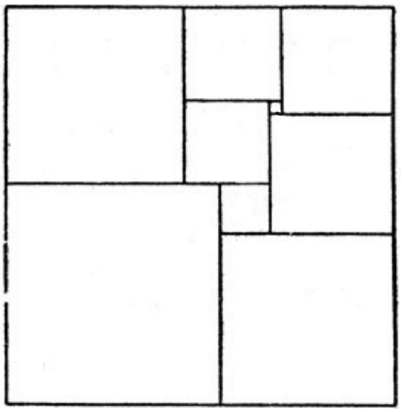
Метод крайнего

Задача 0. Докажите бесконечность множества натуральных чисел.

Задача 1. Зайчиха купила для своих семерых зайчат семь барабанов разных размеров и семь пар палочек разной длины. Если зайчонок видит, что у него и барабан больше, и палочки длиннее, чем у кого-то из братьев, он начинает громко барабанить. Какое наибольшее число зайчат сможет начать барабанить?

Задача 2. Фигура на рисунке составлена из квадратов. Найдите сторону левого нижнего, если сторона самого маленького равна 1.



Задача 3. По кругу записаны 64 числа, каждое из которых равно среднему арифметическому соседних чисел. Докажите, что все числа равны.

Задача 4. Докажите, что числа от 1 до 16 можно записать в строку, но нельзя записать по кругу так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была квадратом натурального числа.

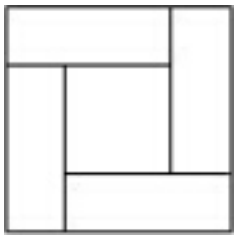
Задача 5. Можно ли на плоскости расположить 1000 отрезков так, чтобы каждый отрезок обоими концами упирался строго внутрь других отрезков?

Задача 6. Маляр-хамелеон ходит по клетчатой доске как хромая ладья (то есть, на одну клетку по вертикали или горизонтали). Попав в очередную клетку, он либо перекрашивается в её цвет, либо перекрашивает клетку в свой цвет. Белого маляра-хамелеона кладут на чёрную доску размерами 8×8 клеток. Сможет ли он раскрасить её в шахматном порядке?

Дополнительные задачи

Задача 7. Докажите, что не существует на плоскости четырех точек A, B, C и D таких, что все треугольники ABC, BCD, CDA, DAB остроугольные.

Задача 8. Квадрат разбит на пять прямоугольников так, что четыре угла квадрата являются углами четырёх прямоугольников, площади которых равны между собой, а пятый прямоугольник не имеет общих точек со сторонами квадрата. Докажите, что этот пятый прямоугольник есть квадрат.



Задача 9. На столе лежат монеты без наложений. Докажите, что одну из них можно выдвинуть, не задевая остальных.

Задача 10. На каждой стороне произвольного четырехугольника, как на диаметре, построена окружность. Докажите, что четыре построенных круга полностью покроют четырехугольник.

Задача 11. На плоскости синим и красным цветом окрашено несколько точек так, что никакие три точки одного цвета не лежат на одной прямой (точек каждого цвета не меньше трех). Докажите, что какие-то три точки одного цвета образуют треугольник, на трех сторонах которого лежит не более двух точек другого цвета.