

Теорема Пифагора

Прямоугольный треугольник — треугольник, один из углов которого равен 90° , то есть является прямым. Гипотенуза лежит напротив прямого угла. Остальные две стороны называются катетами.

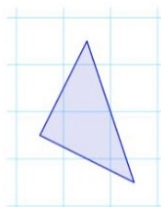
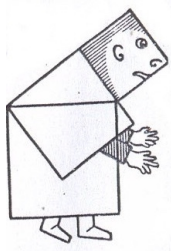
Теорема Пифагора: если в прямоугольном треугольнике катеты равны a и b , а гипотенуза — c , то $a^2 + b^2 = c^2$. Обратная теорема Пифагора: если для треугольника со сторонами a , b и c верно соотношение $a^2 + b^2 = c^2$, то треугольник прямоугольный.

Задача 1. Нарисуйте на клетчатом листе квадрат (вершины должны лежать в углах клеток) **а)** площади 2, **б)** площади 5, **в)** площади 13.

Задача 2. У Армана на стене висел квадратный плакат с его любимой музыкальной группой «Ленинград». Младший брат Серёжа сорвал плакат, отрезал от него 4 угла, а оставшуюся центральную квадратную часть забрал и убежал. Вместо плаката остались обрезки — четыре прямоугольных треугольника с катетами 20 см и 30 см. Какого размера был плакат? Квадрат какой площади вырезал Серёжа?

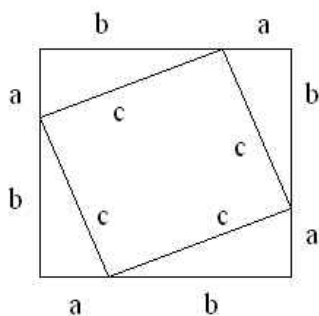
Задача 3. Разрежьте прямоугольник 1×5 на 5 частей, из которых сложите квадрат

Задача 4. Вершины треугольника на рисунке находятся в центрах клеток. Найдите его углы.



Задача 5. (Доказательство теоремы Пифагора)

Построим прямоугольный треугольник с катетами a , b и гипотенузой c . Относительно него построим квадрат со стороной $a + b$ (см рисунок).



- а)** Найдите углы в четырехугольнике, образованном гипотенузами c . Что это за фигура?
- б)** Выразите его площадь через катеты a и b .
- в)** Докажите теорему Пифагора.

Задача 6. Из вершины A треугольника $\triangle ABC$ перпендикулярно прямой BC проведена прямая. На этой прямой выбрана произвольная точка M . Докажите равенство $MB^2 - MC^2 = AB^2 - AC^2$.

Задача 7. Существует ли прямоугольный треугольник, у которого стороны — три идущих подряд числа n , $n + 1$ и $n + 2$?

Дополнительные задачи

Задача 8. Перекроите квадрат в три равных меньших квадрата.

Задача 9. Пусть $a^2 + b^2 = c^2$. Разрежьте квадрат со стороной c на несколько частей так, чтобы из них можно было сложить два квадрата со сторонами a и b (число частей не должно зависеть от a и b).

Задача 10. В равнобедренном прямоугольном треугольнике ABC на гипотенузе AB взяты точки M и K (K лежит между M и B) такие, что угол MCK равен 45° . Докажите, что $MK^2 = AM^2 + KB^2$.

Задача 11. Найдите геометрическое место точек, касательные из которых, проведённые к двум данным окружностям, равны между собой.