ГМТ (Гордый Молодой Тигр)

Геометрическое место точек (сокращённо ГМТ), обладающих некоторым свойством, – это фигура, состоящая из всех точек, для которых это свойство выполнено.

Задача 1. a) Найдите геометрическое место точек, удалённых от данной точки A на фиксированное расстояние, равное a.
b) Найдите ГМТ, равноудалённых от данных точек A и B.
c) Найдите ГМТ, расположенных к точке A ближе, чем к точке B.

Напоминание:

$$|x| = \begin{cases} x, \text{если } x \geq 0 \\ -x, \text{если } x < 0 \end{cases}$$

Задача 2. Нарисуйте на координатной плоскости график функции **a)** $y = x$, **b)** $y = -3x + 5$, **c)** $y = |x|$, **d)** $y = |x| + 3$, **e)** $y = |x + 3|$.

Задача 3. Какую область на координатной плоскости задает
a) неравенство $x > 1$; **b)** система неравенств:

$$\begin{cases} 2 \geq x \geq 1 \\ 2 \geq y \geq 1 \end{cases}$$

Задача 4. Нарисуйте на координатной плоскости множество точек (x, y) для которых **a)** $|x + y| = 1$, **b)** $|x| + |y| = 1$, **c)** $x^2 + y^2 < 1$.

Задача 5. Дан треугольник ABC. Найдите геометрическое место таких точек X, что $AX \leq BX \leq CX$.

Задача 6. a) Докажите, что если в треугольнике длина медианы равна половине длины стороны, к которой проведена, то этот треугольник прямоугольный.
b) Докажите обратное утверждение: в прямоугольном треугольнике длина медианы, проведённой к гипотенузе, равна половине её длины.

Задача 7. Найдите ГМТ, из которых данный отрезок AB виден **a)** под прямым; **b)** острым; **c)** тупым углом.

Дополнительные задачи

Задача 8. Дан прямоугольник $ABCD$. Найдите ГМТ X, для которых

$$AX + BX = CX + DX$$

Задача 9. Дан отрезок AB. Найдите ГМТ C таких, что треугольник ABC остроугольный.

Задача 10. Нарисуйте на координатной плоскости множество точек (x, y), таких что **a)** $(x\text{-}1)^2 + (y\text{-}2)^2 = 1$; **b)** $(x + 3)^2 + (y\text{-}1)^2 = 9$.

Задача 11. К стене прислонена деревянная лестница, на средней ступеньке которой сидит котенок. В некоторый момент лестница начинает падать так, что ее основание и верх скользят соответственно по полу и стене. По какой траектории движется при этом котенок?

Задача 12. Учитель нарисовал на доске прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине B и вписанный в него равносторонний треугольник KMP, такой, что точки K, M, P лежат на сторонах AB, BC, CA соответственно, причём отрезки KM И AC параллельны. Затем он стёр с доски всё, кроме точек A, P, C. Как по этим точкам восстановить треугольник ABC?