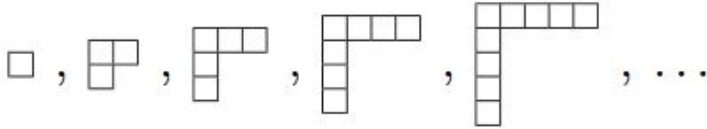


Многоугольные числа

1. Рассмотрим последовательность уголков:



Какова суммарная площадь первых 10-ти уголков?

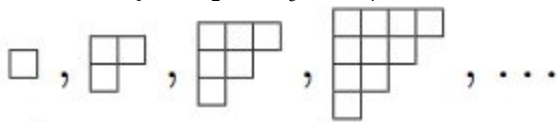
Сколько клеток в k -ом уголке и чему равна суммарная площадь первых k уголков?

2. а) Чему равно k -ое нечётное число и сумма первых k нечётных чисел?

б) Чему равно k -ое чётное число и сумма первых k чётных чисел?

в) Вычислите сумму 100 последовательных нечётных чисел, начиная с 42.

3. Числа $T_1=1, T_2=3, T_3=6, T_4=10, \dots$ называются *треугольными*:



а) Чему равно 100-е треугольное число?

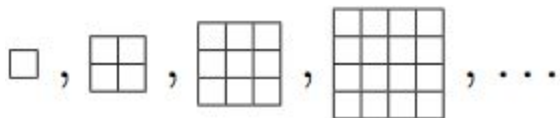
б) Чему равно $T_{k+1} - T_k$?

в) Чему равно $T_k + T_k$?

г) Докажите геометрически, что $1+2+\dots+n = n(n+1)/2$, используя треугольные числа.

4. Докажите геометрически, что $T_{m+n} = T_m + T_n + mn$.

4. Четырёхугольными числами называются квадраты чисел: 1, 4, 9, 16...



а) Чему равна разность $k+1$ -го и k -го квадратного числа?

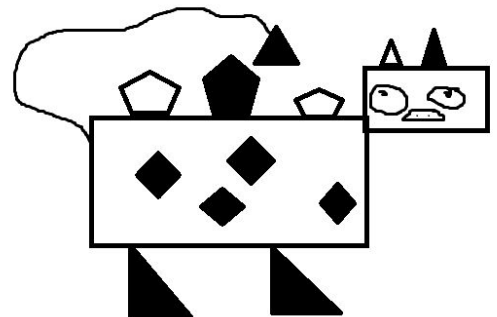
б) Чему равно $T_{k+1} + T_k$?

в) Докажите геометрически, что

$$1+2+\dots+(n-1)+n+(n-1)+\dots+2+1=n^2$$

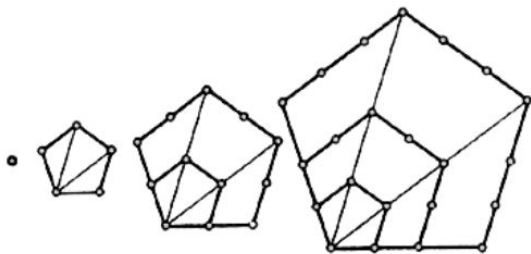
5. Чему равна разность m -го и k -го квадратного числа?

6. Докажите геометрически, что если любое треугольное число умножить на 8, а затем к результату прибавить 1, получится квадратное число.



Дополнительные задачи

7. Пятиугольные числа $P_1=1$, $P_2=5$, $P_3=12$, $P_4=22$, ... показаны на рисунке.



а) Найдите разность $P_k - P_{k-1}$

б) Выразите P_n через n .

8. Докажите геометрически, что сумма n -го треугольного и n -го квадратного числа на n больше, чем n -ое пятиугольное число.