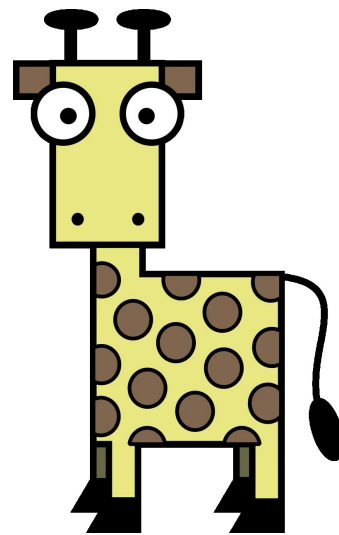


Параллелограммы

Задача 1. Определите вид четырёхугольника, вершинами которого служат середины сторон данного:

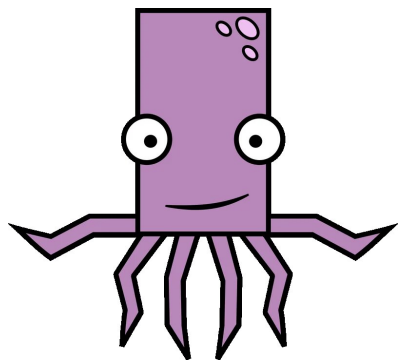
- а) произвольного четырёхугольника;
- б) параллелограмма;
- в) прямоугольника;
- г) ромба;
- д) квадрата;
- е) трапеции.



Задача 2. а) В треугольнике ABS точка D лежит на стороне AB и делит её на отрезки, равные a и b соответственно. Докажите, что $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{a}{b}$.

б) Через вершины A и B треугольника ABC проведены две прямые, которые разбивают его на четыре фигуры (три треугольника и один четырёхугольник). Известно, что три из этих фигур имеют одинаковую площадь. Докажите, что одна из этих фигур – четырёхугольник.

Задача 3. Дан четырёхугольник $ABCD$, O – точка пересечения его диагоналей. Определите, является ли он параллелограммом, если:



- а) $BC \parallel AD$, $AB = CD$;
- б) $BC \parallel AD$, $\angle B = \angle D$;
- в) $BC \parallel AD$, $BO = OD$;
- г) $AB = CD$, $\angle A = \angle C$;
- д) $\angle A = \angle C$, $AO = OC$;
- е) $\angle A = \angle C$, $BO = OD$;
- ж) $AB = CD$, $AO = OC$.

Задача 4. Дан параллелограмм $ABCD$. Прямая, параллельная AB , пересекает биссектрисы углов A и C в точках P и Q соответственно. Докажите, что углы ADP и ABQ равны.

Задача 5. В выпуклом четырёхугольнике прямая, проходящая через середины двух противоположных сторон, образует равные углы с диагоналями четырёхугольника. Докажите, что диагонали равны.

Дополнительные задачи

Задача 6. Точки K , L , M и N – середины сторон соответственно AB , BC , CD и AD параллелограмма $ABCD$. Докажите, что четырёхугольник с вершинами в точках пересечения прямых AL , BM , CN и DK – параллелограмм.

Задача 7. На сторонах AB , BC , CD и DA четырёхугольника $ABCD$ отмечены соответственно точки M , N , P и Q так, что $AM = CP$, $BN = DQ$, $BM = DP$, $NC = QA$. Докажите, что $ABCD$ и $MNPQ$ – параллелограммы.

Задача 8. Из всякого ли выпуклого четырёхугольника можно вырезать параллелограмм, три вершины которого совпадают с тремя вершинами этого четырёхугольника?

