

Парабола

Парабола – это график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Задача 1. а) Постройте график $f(x) = x^2$. Что можно сказать про точки $(a, f(a))$ и $(-a, f(-a))$, принадлежащие построенному графику? Обладает ли график осью симметрии?

б) Постройте графики $f(x) = (x - 2)^2$ и $f(x) = (x + 2)^2$. Найдите оси симметрии этих графиков.

с) Постройте график $f(x) = x^2 - 3$, найдите ось симметрии.

д) Постройте график $f(x) = (x - 2)^2 + 3$, найдите его ось симметрии.

Задача 2. В каких точках парабола $f(x) = 2x^2 + 15x - 50$ пересекает оси координат OX и OY ? Как это можно понять без построения графика?

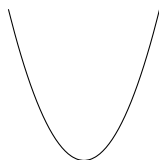
Задача 3. В каких точках пересекаются параболы $f(x) = x^2 + 2x - 15$ и $f(x) = 3x^2 + 11x - 20$? Как это понять без построения графика?

Задача 4. В скольких точках могут пересекаться две параболы вида

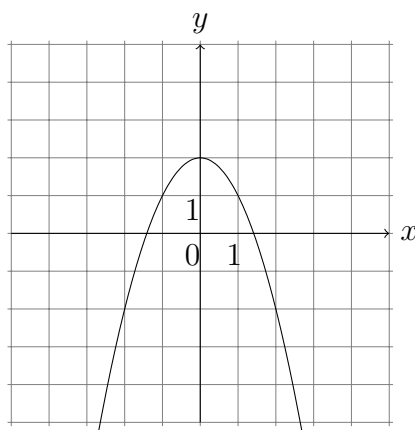
а) $y = ax^2 + bx + c$ и $y = ax^2 + bx + d$; **б)** $y = ax^2$ и $y = cx^2$;

с) $y = ax^2 + bx + c$ и $y = ax^2 + px + q$?

Задача 5. На листе бумаги построили параболу – график функции $y = ax^2 + bx + c$ при $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$, а оси координат стерли (см. рисунок). Как могли располагаться оси координат?



Задача 6. На координатной плоскости изображен график функции $y = ax^2 + c$ (см. рисунок). В каких точках график функции $y = cx + a$ пересекает оси координат?



Задача 7. При каких a график $f(x) = x^2 - 2x + a$ не пересекается с осью OX ?

Дополнительные задачи

Задача 8. В параболе $y = ax^2 + bx + c$ коэффициенты такие, что $b > a + c > 0$. Верно ли, что график пересекает ось OX ?

Задача 9. Найдите все значения a , при каждом из которых график $f(x) = ax^2 - 2x + a$ пересекается с осью OX ровно в одной точке и для каждого такого a найдите точку пересечения.

Задача 10. (*Теорема Виета*) Пусть парабола $f(x) = ax^2 + bx + c$ пересекается с осью OX в двух точках x_1 и x_2 (это значит, что x_1 и x_2 являются корнями уравнения $ax^2 + bx + c = 0$). Докажите что

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Задача 11. Найдите все значения a , при каждом из которых сумма квадратов корней уравнения $x^2 + ax + 4 = 0$ равна 1. *Здесь можно и нужно пользоваться теоремой Виета, даже если Вы не решили задачу 10.*