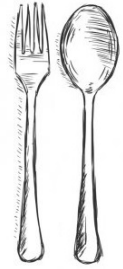


Инварианты

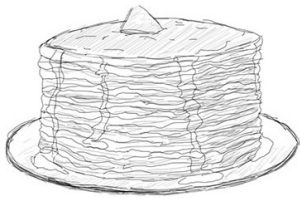
Задача 1. Миша нарисовал на доске в некотором порядке 2004 вилки и 2005 ложек. Время от времени Юра подходит к доске, стирает любые два прибора и рисует вместо них один, причём если он стёр одинаковые приборы, то вместо них он рисует вилку, а если разные, то ложку. После нескольких таких действий на доске остался только один прибор. Какой?



Задача 2. Из стакана молока три ложки содержимого переливают в стакан с чаем и небрежно помешивают. Затем зачерпывают три ложки полученной смеси и переливают их обратно в стакан с молоком. Чего теперь больше: чая в стакане с молоком или молока в стакане с чаем?

Задача 3. На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 19, 20. Разрешается стереть любые два числа a и b и вместо них написать число $a + b^{\sim} 1$. Какое число может остаться на доске после 19 таких операций?

Задача 4. Блин разделен на 6 секторов, в первом и в третьем лежит по селедке. Разрешается класть по селедке в любые два соседних сектора. Можно ли сделать количество селедочек во всех секторах одинаковым?



Задача 5. На столе лежат стопки с 1, 2, 3, ..., 1989 блинами. Разрешается зять любые две стопки, положить обратно столько блинов, какова разность между числом блинов в этих двух стопках, а остальные съесть. Получится ли съесть все блины?

Задача 6. Набор чисел a, b, c каждую секунду заменяется на $a + b - c, b + c - a, c + a - b$. В начале имеется набор чисел 2000, 2002, 2003. Может ли через некоторое время получиться набор 2001, 2002, 2003.

Задача 7. У мамы на кухне было 24 пачки сметаны, 26 банок с вареньем и 25 блинов. У папы можно обменять пачку сметаны и банку варенья на один блин, у мамы – одну пачку сметаны и один блин на одну банку варенья, а у бабушки – одну банку варенья и один блин на одну пачку сметаны. После долгих обменов у голодного Васи осталась только одна вещь. Какая?



Дополнительные задачи

Задача 8. Имеется два трёхлитровых сосуда. В одном 1 л воды, в другом – 1 л двухпроцентного раствора поваренной соли. Разрешается переливать любую часть жидкости из одного сосуда в другой, после чего перемешивать. Можно ли за несколько таких переливаний получить полупроцентный раствор в том сосуде, в котором вначале была вода?

Задача 9. В углу в погребе стоят две банки варенья. Каждый день папа втихоря от мамы съедает обе банки варенья, но взамен покупает две новые весом как среднее арифметическое съеденных и среднее гармоническое. Утром первого дня в погребе стояли банки весом 1 и 2 кг. Найдите произведения веса банок, которые окажутся в погребе вечером 1999-го дня.

Задача 10. На каждом километре шоссе между сёлами Блинкино и Оладушкино стоит столб с табличкой, на одной стороне которой написано, сколько километров до Блинкино, а на другой – до Оладушкино. Боря заметил, что на каждом столбе сумма всех цифр равна 13. Каково расстояние от Блинкино до Оладушкино?

Задача 11. В таблице 8×8 все четыре угловые клетки намазаны вареньем, все остальные – сметаной. Докажите, что с помощью перекрашивания строк и столбцов нельзя добиться того, чтобы все клетки были намазаны сметаной. Под перекрашиванием строки или столбца понимается изменение содержимого на всех клетках в строке или столбце.

